вогнутости в нижний части. Сокращение главного склона вызывает образование привершинной выпуклости, а при его выклинивании общая конфигурация склона во времени не меняется.

В приложениях даны расчеты устойчивости склонов, уравнения характеристик склоновых форм, формулы, определяющие формирование выпуклости или вогнутости склона, буквенные обозначения.

В целом монография дает ясное представление о характерном для Англии, США и других англосаксонских стран направлении в изучении склонов. Стремление к глубокому проникновению в физическую сущность склоновых процессов, широкое использование на этой основе математических методов — все это составляет существенный положительный вклад в создание общей теории развития склонов. В связи с этим наибольший интерес представляют две первые части рассматриваемой книги. Значительный интерес вызывают представления авторов об общих закономерностях развития склонов.

Однако в работе отсутствует достаточно полный и последовательный историко-генетический подход к анализу развития склонов, чему в немалой степени способствует отрыв изучения склоновых форм от анализа склоновых отложений, а также недостаточное использование неанглийской литературы (авторы, в частности, совершенно не знакомы с работами советских исследователей). Кроме того, в книге по сути дела рассматриваются лишь процессы, протекающие на уже сформированных склонах и изменяющие морфологию этих склонов, но почти не затрагиваются вопросы происхождения (т. е. первичного возникновения) склонов.

А. П. Дедков, А. М. Трофимов

ОБ ОДНОМ НЕУДАЧНОМ ОПЫТЕ ПОСТРОЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СКЛОНОВ

Рельеф суши в значительной мере представляет собой сочетание склонов различных типов. Наиболее общие геоморфологические концепции (В. Дэвис, В. Пенк, Л. Кинг) по существу являлись теориями развития склонов. Вместе с тем, как это ни парадоксально, детальный анализ развития конкретных, реально существующих склонов долгое время не производился. Лишь в последнее время указанный пробел начинает постепенно заполняться как в отечественной, так и в зарубежной литературе, однако в этой области еще очень много предстоит сделать.

В свете сказанного становится понятным, что недавно вышедшая книга А. М. Трофимова под обязывающим названием «Основы аналитической теории развития склонов»[1] неизбежно вызовет очень большой интерес со стороны самых широких кругов геоморфологов и инженеров-геологов.

Автор ограничивает свою задачу анализом собственно гравитационных (обвальных, осыпных) и делювиальных склонов, причем особенно детально рассматривается первая категория склонов. А. М. Трофимовым затронут очень широкий круг вопросов развития осыпных склонов, один перечень которых занял бы существенную часть настоящей рецензии. В частности, им рассматриваются все теоретически возможные варианты развития крутых склонов, оценивается их возможная предельная высота в зависимости от уклона, дается характеристика морфометрических типов и т. д. Достаточно подробно рассматриваются и делювиальные склоны.

Основное содержание книги как по объему, так и по смыслу составляют попытки применения математического анализа для описания развития склонов. К сожалению, эти попытки столь часто оказываются некорректными, что это ставит под сомнение ценность труда в целом. Не имея возможности в рамках настоящей рецензии детально разобрать всю книгу, для подтверждения высказанного мнения мы подробно разберем один из разделов, недостатки которого весьма характерны для всей книги и, кроме того, укажем на некоторые из отдельных, замеченных нами погрешностей.

Начнем с § 8 главы I ч. 1: «Роль эндогенных движений при формировании подрезаемых склонов». В этом параграфе для описания развития крутого склона в результате воздействия процесса денудации предложено уравнение

$$y = h\,(1 - \exp[-\varphi(t)\,x]), \qquad 1.1.8\text{—}3^{2}$$

---

[1] А. М. Трофимов. Основы аналитической теории развития склонов. Изд-во Казанского университета, 1974.

[2] Нумерация уравнений здесь и далее по рецензируемой книге.

где h — полная высота склона, x — горизонтальная координата, $\varphi(t)$ коэффициент, характеризующий крутизну профиля, которому придается смысл коэффициента денудации, t — время. Сразу же заметим, что коэффициент денудации, не зависящий ни от высоты, ни от крутизны склона — чрезмерное упрощение, и уравнение 1.1.8—3 вряд ли удачно. Далее автор предлагает учесть процесс подрезания такого склона в результате боковой эрозии или абразии «путем перемещения координат точке основания профиля на расстояние, определяющееся степенью воздействия факторов подмыва» (стр. 51) и вводит в показатель степени в уравнении 1.1.8—3 новый член $f(t)$:

$$y = h(1 - \exp[-\varphi(t)(x + f(t))], \qquad 1.1.8\text{—}5$$

где $f(t)$ — меняющаяся во времени величина интенсивности абразии (или боковой эрозии) склона. Это еще дальше от реальности. Замена аргумента x на $x+f(t)$ сдвигает кривую, изображающую профиль склона **всю целиком** на величину $f(t)$, а не только основание профиля, что является грубым искажением действительного эффекта подрезания склона. У А. Е. Шайдеггера[3] этот эффект учтен гораздо точнее (Шайдеггер, 1964, стр. 158[4]), хотя скорость подрезания и была принята им постоянной во времени. Кроме того, при замене x на $x+f(t)$ (где $f(t)>0$, как видно из таблицы на стр. 52 и из самого смысла этой величины) график профиля склона сдвигается не в положительном направлении оси x — от подножия к бровке, а в обратном. Мы обратили на это внимание, так как знак «+» стоит во всех аналогичных формулах § 8.

Затем автор предполагает, что в развитии такого склона можно выделить два этапа, которые он почему-то называет «вариантами»: *а* — начальный, когда подрезание склона обгоняет денудацию, и *б* — конечный, когда эрозия затухает и превалируют уже процессы денудации. «Проверка этих положений была первой задачей нашего исследования. Для этой цели мы воспользовались ЭВМ „Наири"» (стр. 52).

Как же проверяются эти положения?

Функции $f(t)$ и $\varphi(t)$ «вообще говоря, в природе не определены, однако, исходя из существа вопроса, мы задали их условно в табличной форме» — пишет автор (там же). В таблице значения $f(t)$ и $\varphi(t)$ заданы для семи моментов времени. $f(t)$ возрастает, замедляя свой рост, так что график сдвигается по оси X в каждый последующий момент времени на все меньшую величину (эрозия замедляется); $\varphi(t)$ от 1-го до 4-го фиксированных моментов времени возрастает[5], а от 4-го до 7-го — убывает, т. е. крутизна профиля склона сначала увеличивается, а затем уменьшается (процессы переработки значительно превалируют над процессами денудации, затем «процессы денудации вновь действуют в сторону выполаживания склона» (предположения *а* и *б*).

Эти «условно» заданные цифры запускаются в машину, и она выдает ответ, который полностью совпадает с предположениями *а* и *б*. Да и какой другой ответ она могла бы дать? Она всего лишь машина и выдает только то, что от нее хотят получить. Ни проверки, ни доказательства предположений *а* и *б* здесь нет и в помине, а есть лишь их графическая иллюстрация, для получения которой не нужны ни уравнения, ни ЭВМ «Наири». (Кстати, кривые на гр. 15 с помощью всем известных школьных таблиц Брадиса можно получить не более чем за час. Зачем привлекать для таких расчетов ЭВМ?).

В следующем пункте автор выясняет возможность «возникновения момента равновесия, когда процессы денудации, выполаживающие склон, противодействуют (!) процессам переработки, увеличивающим[6] уклоны» (стр. 53). Уравнение

$$y = h(1 - e^{-a(x+\tau)}), \qquad 1.1.8\text{—}6$$

где $a=\varphi(t)$, $\tau=f(t)$, автор дифференцирует по τ и по a:

$$\frac{dy}{d\tau} = ahe^{-a(x+\tau)}, \quad \frac{dy}{da} = h(x+\tau)e^{-a(x+\tau)}. \qquad 1.1.8\text{—}7а,б$$

и, полагая, что условие равновесия требует равенства

$$\frac{dy}{d\tau}d\tau = \frac{dy}{da}da,$$

---

[3] А. М. Трофимов здесь ссылается на Шайдеггера, полемизируя с ним.

[4] Шайдеггер А. Е. Теоретическая геоморфология. М., 1964.

[5] Заметим, кстати, что увеличение $\varphi(t)$ увеличивает крутизну профиля, т. е. соответствует аккумуляции на всем протяжении склона от подножия до бровки. Если речь идет о денудации склона, то такое увеличение $\varphi(t)$ бессмысленно. Оно понадобилось автору для того, чтобы на первых этапах процесса крутизна склона увеличивалась в соответствии с предположением *а*.

[6] Это утверждение в данном контексте — нелепость, ибо, как уже отмечалось, тот способ учета процессов переработки склона, к которому прибег автор, сдвигает кривую профиля склона параллельно самой себе вдоль оси X без всякого изменения уклонов.

приходит к противоречию: 1.1.8—8, откуда и делает вывод, что «однозначность в воздействии на склон указанных процессов, имеющая место в моделях А. Е. Шайдеггера, не имеет смысла» (стр. 54).

В действительности не имеет смысла этот вывод. Дифференцирование 1.1.8—6 произведено неверно. Нельзя забывать, что a и τ не есть независимые переменные, а есть функции t, поэтому $\frac{da}{d\tau} \neq 0$ и $\frac{d\tau}{da} \neq 0$. Но если даже продифференцировать 1.1.8—6 правильно, то получится тождество: $dy=dy$, которое никакого отношения к равновесию не имеет.

Последний пункт в этом параграфе посвящен определению влияния эндогенного фактора на формирование склонов. Рассматривается случай тектонического поднятия. «Для этого случая,— пишет автор,— А. Е. Шайдеггером приводится способ конкретизации 1.1.8—9 в виде:

$$y = h\,(1 - \exp\,[-\varphi\,(t)\,(x + f\,(t))]) + py \qquad 1.1.8\text{—}а01$$

или

$$z = y + py, \qquad 1.1.8\text{—}10б2$$

где p — интенсивность воздействия эндогенного фактора» (стр. 55).

В действительности у Шайдеггера этого нет. Влияние эндогенных сил он учитывает введением функции $F(x, y)$ (в частном случае $F=\pm\text{const}\,y$) в дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial y}{\partial t} = f\,(x,y) + F\,(x,y)$$

(см. 3.62—1, 3.62—2, 3.62—3, Шайдеггер, 1964, стр. 162), а не в уравнение вида $y=f(x, t)$. Очевидно, что это далеко не одно и то же. Кроме того, 1.1.8—10б это совсем не «или» 1.1.8—10а, в чем легко убедиться, приведя подобные члены в 1.1.8—10а.

Неизвестно, по которому из этих уравнений производились расчеты на ЭВМ «Наири», но ясно, что «основные выводы из полученных данных» (стр. 56—57) относительно роли эндогенного фактора в формировании склонов не могут рассматриваться всерьез.

Укажем теперь еще на некоторые из недостатков подобного рода, содержащихся в книге. На стр. 20 для описания вертикального уступа автор предлагает уравнение

$$y = x + \sigma_{i,j} \qquad 1.1.1\text{—}2$$

или

$$y = x + f_{i,j}\,(t), \qquad 1.1.1\text{—}2а$$

где x — горизонтальная координата, y — переменная по x высота склона, t — время. Что такое $\sigma_{i,j}$ — прямо не указано, но из пояснений к уравнению 1.1.1—3 можно догадаться что $\sigma_{i,j}$ есть величина проекции склона на горизонталь, так как

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{\sigma_{i,j}}$$

(стр. 20, внизу), где α угол откоса склона, h — его полная высота. В случае вертикального уступа, очевидно, $\sigma_{i,j}=0$ при любом t, и из 1.1.1—2 (или 2а) мы получаем $y=x$, т. е. уравнение прямой, проходящей под углом 45° к оси X. Как с помощью этого уравнения можно описывать вертикальный уступ, совершенно непонятно. Если $\sigma_{i,j}\neq 0$, то получится та же прямая, только сдвинутая влево по оси X на величину $\sigma_{i,j}$.

В следующих формулах (1.1.1—3,4,5,9) мы встречаем тот же член $x+\sigma_{i,j}$, что должно соответствовать отступанию склона во времени. Но если на гр. 2, иллюстрирующем эти процессы, изображено отступание склона вправо по оси X (как и должно быть по смыслу — от основания к бровке), то знак «+» перед $\sigma_{i,j}$[7] в этих формулах соответствует смещению склона в обратном направлении (влево), что бессмысленно.

На стр. 34 при вычислении интеграла в 1.1.3—3 предложенная автором замена $\gamma=k_i\gamma_1$ неверна; должно быть:

$$\gamma = \frac{\gamma_1}{k_i}.$$

---

[7] $\sigma_{i,j} > 0$, так как $\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{\sigma_{i,j}} > 0$ при $0° < \alpha < 90°$.

На стр. 35, 36 при выводе уравнения 1.1.3—9 использовано уравнение 1.1.3—5

$$\frac{d\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\alpha} = -k_i dx,$$

в котором коэффициент k_i — величина постоянная по x, что следует из вывода уравнения 1.1.3—5. В то же время в пояснении к уравнению 1.1.3—9 читаем: «Здесь значение k_i не обязательно величина постоянная, а зависит от x» (стр. 36). И хотя это явное противоречие, далее рассматривается случай $k_i=\varphi(x)\neq\mathrm{const}$, откуда делается вывод, что «профиль склона — сложный».

На стр. 41 приводится уравнение

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \gamma_1 h e^{-k_i x}$$

и далее следует: «которое для первого типа будет иметь вид (так как $k_i=0$):

$$\mathrm{tg}\,\alpha = 1 \qquad 1.1.5\text{—}1».$$

Подставив $k_i=0$ в указанное уравнение, получим, очевидно $\mathrm{tg}\,\alpha=\gamma_1 h$, а не 1.1.5—1. Цитируя дальше: «Для второго типа ($k_i<0$):

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \gamma_1 h e^{-k_i x} \qquad 1.1.5\text{—}2».$$

Если $k_i<0$, то $(-k_i x)>0$ (при $x>0$) и из уравнения 1.1.5—2 следует, что $\mathrm{tg}\,\alpha$ возрастает с ростом x, в то время как на относящемся к этому случаю графике 11 второй тип изображен как убывающая функция.

На стр. 79 (внизу) читаем: «У нормального распределения, выраженного уравнением 1.2.4—10 $S_0\approx 3$ (S_0 — коэффициент сортировки осыпного материала — В. Б.). Влево от этой линии (прямой на гр. 22 — В. Б.) коэффициент сортировки уменьшается, вправо — увеличивается. Таким образом, выделенные нами типы кумулятивных кривых должны характеризоваться своими коэффициентами сортировки». Обратившись к графику 22, легко убедиться, что S_0 для всех кривых и справа и слева от прямой линии уменьшается. 3 — максимальное его значение, соответствующее прямой линии. На стр. 85 уравнение 1.2.5—2

$$a = \sqrt[l-1]{\overline{\Phi}_L}$$

(или эквивалентное ему $a^{l-1}=\overline{\Phi}_L$), неверно. Несколькими строками выше автор указал, что «во всех случаях степень, под которой стоит коэффициент a, на единицу меньше значения длины осыпи». Из приведенных цифр видно, что имеется в виду полная длина осыпи, которая обозначена L. В уравнении же 1.2.5—2 стоит l — текущая длина осыпи. Поскольку в дальнейших выкладках употребляются и L и l, такое смешение обозначений приводит к бессмысленному результату, и уравнения 1.2.5—4, а также 1.2.5—7 неправильны.

На стр. 106 при выводе уравнения 1.2.8—18 использовано уравнение 1.2.6—2. В этом последнем l, как написано на стр. 92, «расстояние по поверхности осыпи от основания к вершине». При переходе к уравнению 1.2.8—18 l, как ни в чем не бывало, заменяется на x — расстояние по горизонтали.

При анализе решения 1.2.8—18 мы также встречаемся со странностями. Так, при переходе от 1.2.8—19 к 1.2.8—21 сделана замена $c=c_1-\frac{n}{2m}$, но в 1.2.8—21 c почему-то отсутствует, хотя эта константа должна определяться из граничных условий. В 1.2.8—22 входит множитель $\sqrt{m}$ при $m<0$. Получается, что профиль склона описывается мнимыми величинами. Утверждение, что «конфигурация профиля поверхности осыпи по приведенным уравнениям — выпуклая» (стр. 107), в общем случае неверно. Известно, что если функция $y=f(x)$ описывает выпуклую кривую, то $\frac{d^2y}{dx^2}<0$. Продифференцировав 1.2.8—18[8] по x, получим

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \pm\frac{2ax-b}{\sqrt{4eax^2-4ebx-4ep-4er+g^2}}.$$

Эта величина может быть как положительной, так и отрицательной. Поэтому 1.2.8—19 описывает и вогнутые и выпуклые профили.

---

[8] Второе слагаемое в подкоренном выражении 1.2.8—18 должно быть со знаком «+».

На стр. 114 приведена таблица «Сопоставление теоретических форм цоколей...». В ее нижней строке, вычисленной по формуле 1.3.3—12 при $m=0$, $\varkappa=0$, вместо цифр 0,200, 0,800, 1,800, 3,200 должны стоять соответственно $\approx 2{,}2$, $\approx 3{,}1$, $\approx 3{,}9$ и $\approx 4{,}5$. В третьей строке этой таблицы при вычислении по формуле 1.3.3—11 значению $y=0{,}160$ соответствует значение $x=0{,}004$ а не 1, как в таблице. Других значений мы не проверяли.

На стр. 147 в п. 6 приводится величина коэффициента корреляции между средним уклоном склона и коэффициентом денудации: $r=0{,}650\pm0{,}082$. Мы проверили эту величину по данным, представленным на гр. 42 и в табл. 22б. Она оказалась равной не 0,65, а 0,46. К тому же из врезки Б гр. 42 очевидно, что коэффициент корреляции, вычисленный всего по 7 точкам со столь сильным разбросом, не может служить достоверной характеристикой связи, поэтому рекомендовать зависимость 2.1.1—6 для определения коэффициента денудации «в полевых условиях» вряд ли можно.

На стр. 169 при переходе от уравнения

$$\frac{\partial v}{\partial t} = F(x,h,t) + k(x,h)\,v \qquad 2.3.2\text{—}1$$

к уравнению

$$\frac{\partial v}{\partial t} = k(x,h)\,v \qquad 2.3.2\text{—}3$$

функция

$$F(x,h,t) = \frac{1}{t} f(h,x) \qquad 2.3.2\text{—}2$$

почему-то отброшена. Решение уравнения 2.3.2—1

$$v = ce^{kt} f \ln t \qquad 2.3.2\text{—}5$$

таковым не является, в чем легко убедиться, подставив 2.3.2—5 в 2.3.2—1. Дальнейшие действия в этом пункте, естественно, ошибочны.

На стр. 181 дается уравнение

$$y = ae^{mx} + c \qquad 2.3.6\text{—}1$$

«Выбирая граничные условия,— пишет автор,— таким образом, чтобы $y=0$ при $x=0$, из 2.3.6—1 получим $y=ae^{mx}-1$». Если подставить в это последнее равенство значение $x=0$, то получим $y=a-1$, а не $y=0$.

На стр. 186—187, сравнивая коэффициенты у 2.4.1—19 и 2.4.1—20, автор получает

$$\alpha = 2,\ \beta = -1,\ (.\quad .),\ m/a = \alpha\beta = -2 \qquad 2.4.1\text{—}22$$

Это неверно, так как, приравнивая коэффициенты, имеем

$$\alpha + \beta = 1;\ \alpha\beta = m/a.$$

Эту систему уравнений надо решать, а не задавать произвольно α и β. С таким же успехом можно написать $\alpha=12$, $\beta=-11$ и $\alpha\beta=-132$. В действительности параметр m определяется из граничных условий, а не просто из вида уравнения 2.4.1—17, как это получилось у автора: $m=-2a$. Соответственно все дальнейшее в § 1 и 2 теряет смысл.

На стр. 190 для описания кривой гр. 61 (пунктир внизу) предложена функция

$$k_d = a(\sin\omega x)\,\varphi(x) \qquad 2.4.3\text{—}2$$

Она не соответствует пунктирной кривой. В частности, никакой «области транзита», отмеченной на гр. 61, не будет. Ведь если $\sin\omega x=0$, то и $a(\sin\omega x)\varphi(x)=0$ — кривые пересекают ось X в одной и той же точке. Соответствующие выводы можно сделать и относительно дальнейших выкладок.

На этом мы закончим разбор конкретных примеров, полагая сказанное достаточным.

На наш взгляд, значительной части этих ошибок можно было бы избежать, уделив больше внимания физическому смыслу используемых математических символов и уравнений. Внедрение математики в геоморфологию только начинается, и поэтому в особенности на первых этапах необходимо тщательно проверять каждый шаг не только с формальной стороны, но и по существу предлагаемых моделей. При использовании аналитических методов некоторая схематизация реальных процессов неизбежна, но необходимо указывать, в чем именно она состоит, насколько сильно упрощает или искажает реальность и в каком смысле и в каких пределах результаты вычислений могут считаться достоверными. Такой анализ в рецензируемой работе мы не встретили ни разу.

Книга А. М. Трофимова несомненно интересна по своему замыслу. Необходимость в исследовании такого рода давно назрела. Однако трудная задача, за которую взялся А. М. Трофимов, осталась нерешенной. Математические разделы работы, а именно они составляют основу ее содержания, по существу должны быть выполнены заново.

В связи с развитием математических методов в геоморфологии количество работ, подобных работе А. М. Трофимова, в ближайшие годы, вероятно, возрастет. Думается, что в таких случаях во избежание печальных недоразумений совершенно необходимо осуществлять высококвалифицированное научное редактирование и специальное предварительное рецензирование исследований.

В. В. Бронгулеев, В. М. Муратов