

УДК 551.4.042 : 551.4.037

Н. В. Е С И Н, В. Д. Д М И Т Р И Е В

## ЭРОЗИОННОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ КАПЕЛЬ ДОЖДЯ И НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЭВОЛЮЦИИ СКЛОНОВ

Одним из факторов, действующих на поверхностный слой грунта, являются падающие капли дождя. В результате их действия грунт разрушается и перемещается на более низкие уровни. По своей природе механизм этого процесса таков, что он вносит вклад главным образом в плоскостную эрозию, поскольку равномерно эродирует поверхность склона. При определенных условиях этот вклад может быть существенным — например, когда склон не защищен растительностью и фильтрация через грунт достаточно высокая. Механизм этого вида эрозии известен и состоит в следующем. При падении капли дождя происходит гидродинамический удар и как следствие создается область высокого давления, в результате чего агрегаты грунта разрушаются. Вместе с брызгами воды разлетаются и частички грунта. По данным М. Н. Грищенко (1949), они могут подниматься на высоту до 30—40 см. В горизонтальном направлении наблюдалось их перемещение в радиусе до 50 см (Шамов, 1959). Специально поставленные эксперименты (Ellison, 1944) показали, что при разбрызгивании капель дождя объем грунта, переносимый частичками воды вниз по склону, в несколько раз больше объема грунта, переносимого вверх по склону, в результате чего происходит общее смещение грунта на низкие уровни и, таким образом, понижение рельефа. Цель настоящей статьи состоит в объяснении этой закономерности исходя из общих соображений механики и в построении математической модели этого процесса.

Рассмотрим плоскую задачу. Пусть некоторый участок склона (рис. 1) разрушается падающими каплями дождя. Так как радиус разбрызгивания невелик, профиль склона с большой степенью точности можно заменить прямолинейным отрезком. Чтобы не привлекать для анализа рассматриваемого процесса аппарат теории вероятности (что не изменит результата), введем в рассмотрение среднестатистические понятия — средний радиус разбрызгивания и средний угол разбрызгивания. Будем считать, что при ударе капли дождя вверх и вниз вылетает (вместе с брызгами воды) одинаковый объем грунта с одинаковой скоростью  $V_0$  и под одним и тем же углом  $\Delta\alpha$  к профилю склона. Найдем траекторию движения этих частиц. В системе координат ( $xy$ ) уравнения движения частицы имеют вид

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g; \quad \frac{d^2x}{dt^2} = 0, \quad (1)$$

где  $x$  и  $y$  — координаты частицы в момент времени  $t$ ,  $g$  — ускорение силы тяжести. Решения этих уравнений следует искать при следующих начальных условиях (при  $t=0$ ):

$$\bar{V} = \bar{V}_0, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0,$$

где  $\bar{V}_0$  — вектор начальной скорости частицы.

Для частиц, летящих вверх, граничные условия можно записать так (при  $t=0$ ):

$$V_x = V_0 \cos(\alpha + \Delta\alpha); V_y = V_0 \sin(\alpha + \Delta\alpha); \\ x_0 = 0, y_0 = 0.$$

Здесь  $\alpha$  — угол наклона склона к оси  $x$ ,  $V_x$  и  $V_y$  — соответственно горизонтальная и вертикальная составляющая начальной скорости  $\bar{V}_0$ ,  $V_0$  —

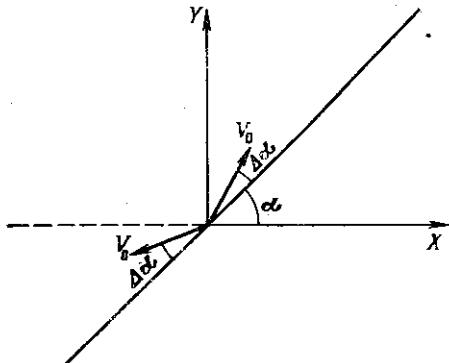


Рис. 1

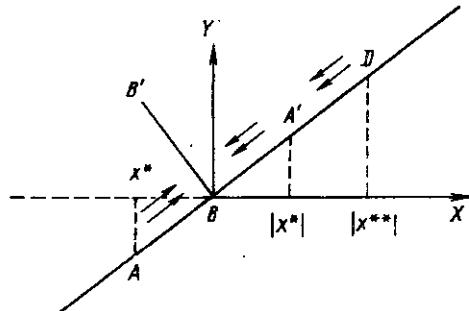


Рис. 2

модуль вектора  $\bar{V}_0$ . Решая систему уравнений (1) при указанных граничных условиях, находим

$$x = V_0 t \cos(\alpha + \Delta\alpha); y = V_0 t \sin(\alpha + \Delta\alpha),$$

или, исключая время,

$$y = x \operatorname{tg}(\alpha + \Delta\alpha) - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2(\alpha + \Delta\alpha)}. \quad (2)$$

Решая (2) совместно с уравнением  $y = x \operatorname{tg} \alpha$  (уравнение профиля склона), находим координаты точки падения частички:

$$x^* = V_0^2 \frac{2}{g} \cos^2(\alpha + \Delta\alpha) [\operatorname{tg}(\alpha + \Delta\alpha) - \operatorname{tg} \alpha]; \\ y^* = \frac{2}{g} V_0^2 \cos^2(\alpha + \Delta\alpha) \operatorname{tg} \alpha [\operatorname{tg}(\alpha + \Delta\alpha) - \operatorname{tg} \alpha]. \quad (3)$$

Для частичек грунта, летящих вниз по склону, начальные условия записываются так (при  $t=0$ ):

$$V_x = -V_0 \cos(\alpha - \Delta\alpha), V_y = -V_0 \sin(\alpha - \Delta\alpha).$$

Выполнив операции, аналогичные проделанным выше, находим координаты точки падения частичек грунта, летящих вниз:

$$x^{**} = \frac{2}{g} V_0^2 \cos^2(\alpha - \Delta\alpha) [\operatorname{tg}(\alpha - \Delta\alpha) - \operatorname{tg} \alpha]; \\ y^{**} = \frac{2}{g} V_0^2 \cos^2(\alpha - \Delta\alpha) \operatorname{tg} \alpha [\operatorname{tg}(\alpha - \Delta\alpha) - \operatorname{tg} \alpha]. \quad (4)$$

Анализ выражений (3) и (4) показывает, что вниз по склону частички летят на большее расстояние, чем вверх по склону ( $|x^{**}| > |x^*|$ ,  $|y^{**}| >$

$> |y^*|$ ). Величину  $|x^{**}| - |x^*|$  назовем горизонтальной асимметрией процесса переноса грунта каплями дождя и обозначим через  $\Phi_x$ :

$$\Phi_x = |x^{**}| - |x^*| = a \operatorname{tg} \alpha, \quad (5)$$

$$\text{где } a = \frac{4}{g} V_0^2 \sin^2 \Delta\alpha.$$

Выясним физический смысл асимметрии. Для этого возьмем на склоне некоторую точку  $B$  (рис. 2) и подсчитаем расход грунта через сечение  $BB'$ . Из полученных выше соотношений следует, что через это сечение вверх будут лететь частички грунта от капель дождя, выпадающих на отрезке  $AB$ , а вниз — от капель дождя, выпадающих на отрезке  $BD$ , причем  $AB < BD$ . Из предположения о равной вероятности движения частичек грунта вверх и вниз по склону следует, что объем грунта, сываемый каплями дождя с участка  $AB$  и переносимый вверх по склону, компенсируется встречным потоком с участка  $BA'$  ( $AB = BA'$ ). Общее же смещение грунта вниз определяется длиной отрезка  $A'D$ , т. е. расход грунта  $Q$  в данной точке пропорционален длине отрезка  $A'D$ :

$$Q \sim A'D = \frac{\Phi_x}{\cos \alpha}.$$

Исходя из общих соображений можно предположить, что

$$Q = \frac{\Phi_x}{\cos \alpha} f(J, \varepsilon, \alpha),$$

где  $f$  — некоторая функция, зависящая от интенсивности дождя  $J$ , механических свойств грунта  $\varepsilon$  и  $\alpha$ . Поскольку количество осадков, выпадающих на наклонную площадку заданной длины при фиксированной интенсивности дождя, пропорционально величине  $\cos \alpha$ , можно записать

$$Q = \Phi_x f(J, \varepsilon) \quad (6)$$

$$\text{или } Q = af(J, \varepsilon) \operatorname{tg} \alpha.$$

Таким образом, расход грунта при разрушении склона каплями дождя пропорционален величине асимметрии процесса в данной точке.

Формулу (6) можно уточнить, если воспользоваться экспериментальной зависимостью, полученной в опытах Т. Ниила (Neal, 1938):

$$W = A \operatorname{tg}^{0.8} \alpha J^{1.2}, \quad (7)$$

где  $W$  — объем грунта, смытый с некоторой площади ( $W \sim Q$ ),  $A$  — некоторый коэффициент, учитывающий прочие факторы эрозии. Сравнивая теоретическую зависимость (6) и экспериментальную (7), видим, что они незначительно различаются величиной показателя степени у  $\operatorname{tg} \alpha$  (1 и 0,8). Это различие может быть объяснено или действительно существующей некоторой нелинейностью процесса, которая не учтена в нашей теории, или же тем, что в опытах Т. Ниила на поверхностный слой грунта действовали не только капли дождя, но и другие факторы (например, склоновый поток). Не рассматривая вопроса о том, какая формула более точная, для наших дальнейших исследований воспользуемся тем фактором, что величина  $Q$  пропорциональна  $J^{1.2}$  и  $A$ , что дает возможность уточнить выражение (6)

$$Q = aJ_{1.2} A \operatorname{tg} \alpha. \quad (8)$$

Зависимость (8) можно использовать для построения математической модели развития рельефа под воздействием падающих капель дождя. Для этой цели воспользуемся уравнением неразрывности движения грунта по склону в виде

$$\frac{\partial y}{\partial t} = - \frac{\partial Q}{\partial x},$$

где  $x$  и  $y$  — соответственно абсцисса и ордината профиля склона,  $t$  — время. Подставив сюда выражение для  $Q$  (8) и принимая во внимание направление движения грунта и то, что  $\operatorname{tg} \alpha = \partial y / \partial x$ , получим

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a J^{1,2} A \frac{\partial y}{\partial x} \right). \quad (9)$$

Это уравнение параболического типа, которое известно как уравнение теплопроводности, поскольку описывает распространение тепла в твердом теле (температурным аналогом здесь является координата  $y$ ). Следовательно, развитие склона под воздействием капель дождя описывается уравнением типа уравнения теплопроводности. В связи с этим следует заметить, что аналогичное уравнение применялось для описания других поверхностных процессов. М. А. Великанов (1958), предполагая, что твердый сток пропорционален уклону, получил уравнение типа уравнения теплопроводности для описания развития русла реки. А. С. Девдариани (1963) на основании аналогичных предположений получил такое же уравнение для описания развития рельефа в результате дефлюкции, солифлюкции, эрозии. В. Каллинг (Culling, 1963), проанализировав случайные движения частичек грунта на поверхности склона, получил уравнение эволюции рельефа в виде

$$\frac{\partial z}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right), \quad (10)$$

где ось  $z$  направлена вертикально вверх, а  $x$  и  $y$  выбраны в плоскости горизонта. Это тоже уравнение теплопроводности для случая пространственной задачи. Еще более глубокий смысл в аналогии между распространением тепла и развитием рельефа видит А. Шайдеггер (Scheidegger, 1967a). Использование законов термодинамики для анализа поверхностных процессов (Tomkoria and Scheidegger, 1967; Scheidegger, 1967b) возможно лишь при условии, что эволюция рельефа подчиняется тем же законам, что и распространение тепла. Но здесь речь идет уже об эволюции рельефа в широком смысле, вне зависимости от действующих факторов.

Основной вывод, который следует из указанных выше работ (и ряда других статей этих авторов), состоит в том, что развитие рельефа может быть описано теми же уравнениями, что и распространение тепла в твердом теле. При этом, поскольку на поверхность склона воздействует несколько факторов денудации, а уравнение теплопроводности линейное, коэффициент денудации (теплопроводности) представляет собой сумму коэффициентов, учитывающих действие каждого отдельного фактора.

Тем не менее ясно, что развитие земной поверхности далеко не всегда может быть описано уравнением теплопроводности. Одно из основных несоответствий между этими процессами состоит в том, что на определенной стадии развития рельефа для него закономерным является увеличение расчлененности (локальное возрастание уклонов). Уравнение же теплопроводности в виде (10), записанное без источников тепла и стока, описать эту особенность принципиально не может. В соответствии с физическим смыслом процесса распространения тепла первоначальная неоднородность в распределении температуры (аналог для рельефа —

расчлененность) со временем сглаживается и величины градиента температуры (уклоны склона) уменьшаются. Другими словами, если бы развитие рельефа описывалось уравнением (10), его уклоны в любой точке во времени могли бы только уменьшаться. В качестве примера на

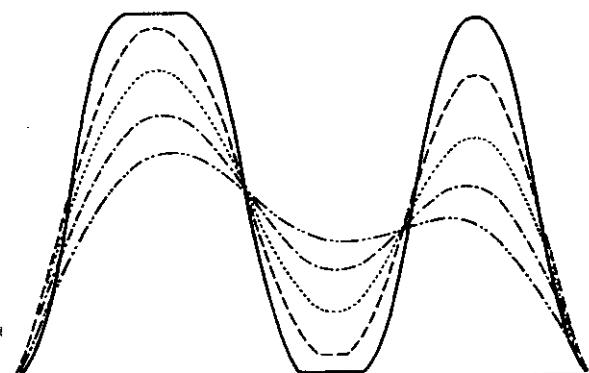


Рис. 3. Пример эволюции профиля склона в соответствии с уравнением (9)

рис. 3 показано последовательное изменение во времени температуры (профиля склона) в соответствии с уравнением (9). Горизонтальная ось здесь соответствует нулевой температуре (базис эрозии). Расчеты сделаны для произвольного начального распределения температуры с помощью ЦЭВМ.

Локальное увеличение уклонов земной поверхности определяется главным образом линейной эрозией. Поэтому только линей-

ная эрозия делает в некоторых случаях принципиально невозможным применение уравнения типа (10) для описания развития рельефа. Один из возможных путей преодоления этого затруднения состоит в описании развития русла водотока другими уравнениями. На наш взгляд, вполне приемлемы для этого гидродинамические модели (Есин, Скоркин, 1970). Там же, где вклад линейной эрозии незначителен, перераспределение материала происходит (качественно) в соответствии с уравнением теплопроводности.

Из вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1) эволюция рельефа под воздействием факторов, действующих на всю поверхность склона (смещение почвы под действием силы тяжести, перенос грунта каплями дождя, в некоторых случаях разрушение в результате плоскостного смыва и др.), качественно может быть описана уравнением теплопроводности;

2) описать уравнением теплопроводности развитие рельефа района, где существенную роль играют факторы, действующие сосредоточенно на отдельных, сравнительно небольших площадях (например, линейная эрозия, регressive эрозия), принципиально невозможно. Однако при этом не исключается возможность описания уравнением теплопроводности развития рельефа ограниченных участков этого района.

## ЛИТЕРАТУРА

- Великанов М. А. Русловой процесс (основы теории). Физматгиз, 1958.  
 Грищенко М. Н. К методике оценки геоморфологических условий эрозии. В сб. «Тр. юбилейной сессии, посв. 100-летию со дня рождения В. В. Докучаева». М.—Л., 1949.  
 Девдаршани А. С. Профиль равновесия и регулярный режим склона. «Изв. АН СССР. Сер. геогр.», № 5, 1963.  
 Есин Н. В., Скоркин Н. П. Применение уравнений гидромеханики к некоторым задачам о развитии рельефа. «Вестник МГУ, сер. V, геогр.», № 3, 1970.  
 Шамов Г. И. Речные наносы. Л., Гидрометиздат, 1959.  
 Culling W. E. H. Soil creep and the development of hillslope slopes. J. Geol., v. 71, N 2, 1963.  
 Ellison J. D. Studies of rain drop erosion. «Agricultural Engineering», v. 25, N 4, 1944.  
 Neal T. H. Effect of degree of slope and rainfall characteristics on runoff and soil erosion. «Agricultural Engineering», May, 1938.  
 Scheidegger A. E. A complete thermodynamic analogy for landscape evolution. Reprints of Bulletin of the J. A. S. H. XII Année, N 4, 1967a.

*Scheidegger A. E.* A thermodynamic analogy for meander systems. «Water Resources Research», v. 3, N 4, 19676.

*Tomkoria B., Scheidegger A.* A complete thermodynamic analogy for transport processes. «Canada J. Physics», v. 45, 1967.

Институт океанологии  
им. П. П. Ширшова,  
Южное отделение

Поступила в редакцию  
17.V.1974

---

## EROSIONAL ACTION OF RAINDROPS AND SOME REGULARITIES OF SLOPE DEVELOPMENT

N. V. ESIN, V. D. DMITRIEV

### Summary

A mathematic model of splash erosion has been proposed. A conclusion has been drawn about soil discharge to be proportional to the slope gradient. An equation similar to the heat-conductivity one has been obtained to describe slope development as a result of raindrop impacts, a possibility of its usage for topography evolution description being discussed.

---