

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПЛОЩАДЕЙ ОЗЕР В ПРЕДЕЛАХ ОЗЕРНО-ТЕРМОКАРСТОВЫХ И ЭРОЗИОННО-ТЕРМОКАРСТОВЫХ РАВНИН

© 2021 г. А. С. Викторов<sup>1,\*</sup>, Т. В. Орлов<sup>1</sup>, А. Л. Дорожко<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт геоэкологии им. Е.М. Сергеева РАН, Москва, Россия

\*E-mail: dist@geoenv.ru

Поступила в редакцию 01.02.2019 г.

После доработки 25.06.2020 г.

Принята к публикации 22.12.2020 г.

Целью исследований являлся сравнительный анализ распределения площадей озер в пределах эрозионно-термокарстовых и озерно-термокарстовых равнин на основе подходов математической морфологии ландшафта с использованием материалов дистанционных съемок. В основу проводимого исследования был положен анализ математических моделей морфологических структур ландшафтов озерно-термокарстовых и эрозионно-термокарстовых равнин в условиях “синхронного старта” термокарстовых процессов. Эмпирический анализ охватывал 22 эталонных участка. Участки расположены в различных геоморфологических условиях и относятся как к зоне сплошного развития многолетнемерзлых пород, так и к зонам развития прерывистой и островной мерзлоты. Теоретически обосновано и эмпирически подтверждено, что вероятностное распределение площадей озер в пределах озерно-термокарстовых равнин в разных физико-географических условиях подчиняется преимущественно логнормальному распределению, гамма-распределение почти не встречается. Напротив, для вероятностного распределения площадей озер в пределах эрозионно-термокарстовых равнин в разных физико-географических условиях в соответствии с моделью в большинстве случаев справедливо одновременно как гамма-распределение, так и логнормальное распределение площадей озер. Это не исключает развития эрозионно-термокарстовых равнин с асинхронным стартом, на которых будут реализовываться другие виды распределений. Таким образом, выполненное исследование подтверждает справедливость математических моделей развития морфологической структуры ландшафтов (морфологических комплексов) озерно-термокарстовых и эрозионно-термокарстовых равнин для случая синхронного старта. При количественной оценке вероятности поражения инженерного сооружения в пределах озерно-термокарстовых и в пределах эрозионно-термокарстовых равнин должны использоваться разные методы, которые могут быть получены на основе анализа соответствующей математической модели.

*Ключевые слова:* эрозионно-термокарстовые равнины, математическая морфология ландшафта, термокарстовые озера, математическое моделирование, распределение площадей озер

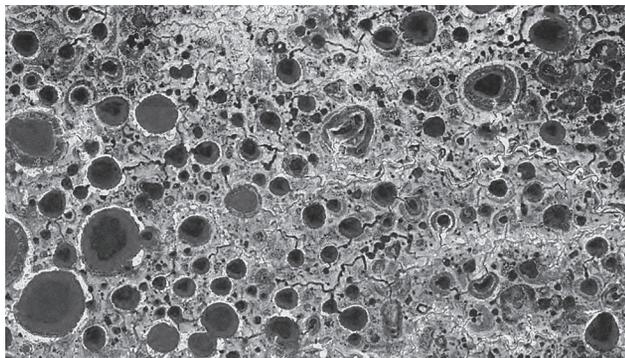
**DOI:** 10.31857/S0435428121020115

### ВВЕДЕНИЕ

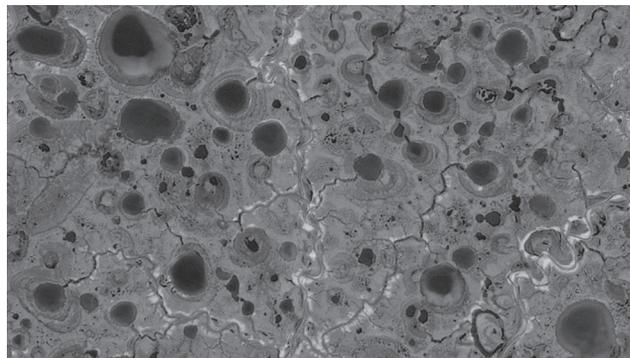
Эрозионно-термокарстовые и озерно-термокарстовые равнины имеют широкое распространение в области развития многолетнемерзлых пород. Проведен ряд исследований, посвященных озерно-термокарстовым равнинам (Ф.Э. Арэ, Н.А. Брыксина, А.С. Викторов, В.Н. Капралова, С.Н. Кирпотин, В.И. Кравцова, В.Ю. Полищук, Ю.М. Полищук, Т.В. Тарасенко, С.Р. Burn, G. Grosse, В.М. Jones., I. Nitze, M.W. Smith и др.), в которых исследовались различные характеристики озер [1–15]. Эрозионно-термокарстовые равнины – более сложные и динамичные территории, которые связаны с деятельностью эрозионной сети, спуском озер и появлением хасыреев, –

также изучались Н.Н. Романовским, А.С. Викторовым и другими исследователями [16, 17 и др.].

Сравнительный анализ распределений площадей озер и прогнозирование их изменений в пределах эрозионно-термокарстовых и озерно-термокарстовых равнин являются интересными задачами, которые ранее не ставились. Применение математической морфологии ландшафта и использование данных дистанционного зондирования могут дать перспективные результаты для моделирования распределения площадей озер в пределах эрозионно-термокарстовых и озерно-термокарстовых равнин и впоследствии для оценки риска поражения термокарстовым процессом различных инженерных сооружений.



**Рис. 1.** Типичное изображение озерно-термокарстовой равнины на космическом снимке (Landsat 8, 15 м/пикс, 15.06.2015).



**Рис. 2.** Типичное изображение эрозионно-термокарстовой равнины на космическом снимке (Sentinel 2A, 10 м/пикс, 21.07.2018).

Целью исследований являлся сравнительный анализ распределения площадей озер в пределах эрозионно-термокарстовых и озерно-термокарстовых равнин на основе подходов математической морфологии ландшафта с использованием материалов дистанционных съемок.

## ВЕРОЯТНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Ландшафты озерно-термокарстовых равнин представляют собой слабоволнистую субгоризонтальную поверхность с преобладанием различной тундровой или лесной растительности (пушицевые тундры, осоково-пушицевые и др.), в которую вкраплены озера. Озера имеют изометричную, часто округлую, иногда угловатую или вытянутую форму и беспорядочно разбросаны по равнине. Типичное изображение такой равнины приведено на рис. 1. Такой тип территории характерен для Западной и Восточной Сибири, Канады, Аляски, а также части севера Восточно-Европейской равнины.

Ландшафт эрозионно-термокарстовых равнин представляет собой слабоволнистую субгоризонтальную поверхность с преобладанием различной тундровой растительности, в которую вкраплены озера и хасыреи, а также местами развита нечастая эрозионная сеть. Озера также имеют изометричную, часто округлую форму и беспорядочно разбросаны по равнине. Хасыреи представляют собой плоскодонные и пологосклонные заторфованные понижения, также изометричной формы, занятые луговой или болотной растительностью и аналогично озерам в беспорядке располагающиеся на равнине. В соответствии со взглядами большинства исследователей, хасыреи образуются в результате осушения термокарстовых озер, чаще всего в результате эрозионной деятельности водотоков. Типичное изображение такой равнины приведено на рис. 2.

В основу проводимого анализа были положены математические модели морфологических структур ландшафтов озерно-термокарстовых и эрозионно-термокарстовых равнин, что одновременно позволяет характеризовать развитие соответствующих морфологических комплексов. При этом было сделано допущение о “синхронном старте”, т.е. примерно единовременном начале развития термокарстовых очагов в пределах каждого участка, расположенного в пределах данных равнин; между участками разница в начале развития процесса может существовать или не существовать.

В основу базового варианта модели *озерно-термокарстовых равнин* (модель 1.0) положены следующие предположения:

1) процесс появления термокарстовых понижений происходил за короткий отрезок времени (“синхронный старт”); он являлся вероятностным и на непересекающихся площадках шел независимо, при этом вероятность возникновения понижений на пробной площадке зависит только от ее площади<sup>1</sup>;

2) изменение радиуса возникшего термокарстового понижения представляет собой случайный процесс; оно происходит независимо от других озер, и его скорость пропорциональна плотности тепловых потерь через боковую (залитую) поверхность озерной котловины.

Предложенные основания модели позволяют аналитическим путем получить закономерности строения озерно-термокарстовой равнины [9, 17]. Так, плотность распределения радиуса термокарстового озера через заданное время описывается выражением

<sup>1</sup> При этом для малых площадок вероятность возникновения одного понижения много больше, чем вероятность возникновения нескольких понижений.

$$f(v, x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0 x \sqrt{t}}} e^{-\frac{(\ln \frac{x}{v} - a_0 t)^2}{2\sigma_0^2 t}}, \quad (1)$$

где  $a_0, \sigma_0$  – параметры распределения,  $v$  – начальный размер термокарстового понижения,  $x$  – размер понижения через время  $t$ . Если для упрощения в модели мы примем, что первичные термокарстовые понижения в момент возникновения имеют единичный радиус (это отвечает нормированию радиуса по минимальному значению), то отсюда следует, что в любой момент времени в пределах озерно-термокарстовых равнин должно наблюдаться логнормальное распределение радиуса, а значит и площади термокарстовых озер, т.е. плотность распределения радиуса дается выражением

$$f_0(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x \sqrt{t}}} e^{-\frac{(\ln x - at)^2}{2\sigma^2 t}}, \quad (2)$$

где  $a, \sigma$  – параметры распределения,  $x$  – радиус озера через время  $t$ . Модель морфологической структуры ландшафта (морфологического комплекса) *эрозионно-термокарстовой равнины* (модель 2.0) базируется на более широком объеме допущений. Он включает предположения (1 и 2) модели озерно-термокарстовых равнин и дополняется еще двумя допущениями:

3) в процессе роста озеро может перейти в хасырей (при его спуске в результате эрозионной работы водотоков), вероятность этого не зависит от других озер; при этом рост озера прекращается;

4) наличия истоков эрозионных форм на непересекающихся площадках являются независимыми случайными событиями; вероятность наличия истока на площадке зависит только от ее площади<sup>2</sup>.

В обеих моделях рассматривается упрощенный случай относительного постоянства климатических условий.

Приведенные основания модели 2.0 позволяют аналитическим путем получить закономерности строения эрозионно-термокарстовой равнины [9, 18]. В частности, представляет интерес распределение радиусов термокарстовых озер в пределах эрозионно-термокарстовых равнин. В произвольный момент времени распределение радиусов термокарстовых озер определяется их распределением в условиях свободного роста, но при условии, что озеро не станет хасыреем, т.е. при условии, что радиус озера будет меньше расстояния до ближайшей вершины эрозионной формы. Как показано ранее [19], распределение

расстояния до ближайшей вершины (истока) эрозионной формы отвечает распределению Рэлея

$$F_e(x) = 1 - e^{-\gamma x^2}, \quad (3)$$

где  $\gamma$  – средняя плотность расположения истоков эрозионных форм. Таким образом, плотность распределения радиуса термокарстового озера в пределах эрозионно-термокарстовых равнин дается выражением

$$f_l(x, t) = \frac{f_0(x, t) e^{-\pi \gamma x^2}}{\int_0^{+\infty} f_0(x, t) e^{-\pi \gamma x^2} dx}, \quad (4)$$

где  $f_0(x, t)$  – плотность распределения радиуса свободно растущего термокарстового озера в момент  $t$  (см. выше выражение (1)).

Используя выражение (1) для свободного роста и упрощая за счет одинаковых членов в числителе и знаменателе, зависящих только от времени, получаем

$$f_l(x, t) = \frac{x^{\frac{a}{\sigma^2}-1} e^{-\pi \gamma x^2} e^{-\frac{\ln^2 x}{2\sigma^2 t}}}{\int_0^{+\infty} x^{\frac{a}{\sigma^2}-1} e^{-\pi \gamma x^2} e^{-\frac{\ln^2 x}{2\sigma^2 t}} dx}, \quad (5)$$

где  $a, \sigma$  – параметры распределения. При значительном времени развития ( $t \rightarrow +\infty$ ) это выражение стремится к предельному распределению

$$f_l(x, \infty) = \frac{x^{\frac{a}{\sigma^2}-1} e^{-\pi \gamma x^2}}{\int_0^{+\infty} x^{\frac{a}{\sigma^2}-1} e^{-\pi \gamma x^2} dx}, \quad (6)$$

в котором можно узнать известное хи-распределение. Отсюда с учетом круговой формы озера получаем, что предельная плотность распределения площадей озер эрозионно-термокарстовых равнин дается следующим выражением и является, соответственно, гамма-распределением:

$$f_{sl}(x, \infty) = \frac{x^{\frac{a}{2\sigma^2}-1} e^{-\gamma x}}{\int_0^{+\infty} x^{\frac{a}{2\sigma^2}-1} e^{-\gamma x} dx}. \quad (7)$$

### ЭМПИРИЧЕСКАЯ ВЕРИФИКАЦИЯ

В продолжение проведенного теоретического анализа был выполнен анализ эмпирических данных. При выборе ключевых участков мы руководствовались следующими критериями:

– геолого-геоморфологическая однородность участка (генетическая и морфологическая однородность, однотипность состава поверхностных

<sup>2</sup> При этом для малых площадок вероятность наличия одного истока много больше, чем вероятность возникновения нескольких истоков.



Рис. 3. Обзорная карта-схема расположения ключевых участков озерно-термокарстовых равнин.

отложений, обоснованная фондовыми и литературными данными);

- однородность изображения участка (внутреннее однообразие участка по микроструктуре и фототону фона на космоснимках, а также по расположению и форме озер);

- наличие данных дистанционного зондирования необходимого разрешения;

- разнообразие геологических, геокриологических и физико-географических условий, в которых находятся разные участки.

При отнесении озер к термокарстовым использовались известные дешифровочные признаки на материалах дистанционных съемок [20], а также литературные и фондовые данные.

Для экспериментального исследования озерно-термокарстовых равнин было использовано 16 участков, разнообразных в геоморфологическом, геокриологическом и физико-географическом отношении (рис. 3). Участки расположены в разных геоморфологических условиях (речные террасы, морские террасы) и относятся как к зоне сплошного развития многолетнемерзлых пород, так и к зонам развития прерывистой и островной мерзлоты. Детальная характеристика геоморфологических условий по участкам приведена в [10].

В качестве источника информации о морфологических комплексах исследуемой территории были использованы космические снимки с раз-

**Таблица 1.** Результаты сопоставления эмпирических и теоретических распределений площадей термокарстовых озер в пределах озерно-термокарстовых равнин

Название участка	Объем выборки	Теоретическое распределение	
		логнормальное	гамма-распределение
Аляскинский 1	100	<b>0.023</b>	0.004
Аляскинский 2	108	<b>0.112</b>	0.000
Таймырский 1	345	<b>0.112</b>	0.007
Таймырский 2	209	<b>0.631</b>	<b>0.330</b>
Колымский 1	154	<b>0.216</b>	<b>0.023</b>
Колымский 2	576	0.000	0.000
Усть-Ленский 1-1	145	<b>0.011</b>	0.000
Усть-Ленский 1-2	91	<b>0.155</b>	0.006
Усть-Ленский 1-3	383	0.000	0.000
Усть-Ленский 2	167	0.006	0.000
Ямальский 1	209	0.000	<b>0.259</b>
Ямальский 2	176	<b>0.012</b>	0.005
Западно-Сибирский 1	78	<b>0.587</b>	0.000
Западно-Сибирский 2	84	<b>0.088</b>	0.000
Канадский	154	<b>0.127</b>	0.009
Гыданский	74	<b>0.517</b>	0.000

*Примечание:* в таблице приведены значения уровня  $p$  (вероятность превышения фактического значения  $\chi^2$ ); эмпирические данные не противоречат теоретическим на уровне значимости 0.99, если  $p > 0.01$  (выделено жирным шрифтом).

личных спутников с пространственным разрешением 5–30 м.

Проведенный анализ распределения размеров термокарстовых озер охватывал выборки объема от 74 до 576 озер на один эталонный участок (табл. 1) за один срок съемки. Анализ результатов показывает, что на подавляющем большинстве участков получено согласие с логнормальным законом распределения (12 из 16 на уровне значимости 0.99). Согласие с гамма-распределением при этом наблюдается очень редко (3 участка из 16).

Вывод, полученный для распределения площадей озер эрозионно-термокарстовых равнин, также был проверен аналогичным образом на нескольких ключевых участках с помощью критерия согласия Пирсона. Были использованы архивные снимки Corona (3–7 м/пикс, 1965–1976 гг.); съемка среднего разрешения Sentinel 2A 2017–2018 гг., 10 м/пикс; современные высокодетальные снимки 0.5–0.7 м/пикс (Ресурс-П, IKONOS, QuickBird, Worldview 2, Геоеye-1, июнь–август 2008–2014 гг.), как специально заказанные, так и полученные из открытых источников (спутниковые покрытия Google, Bing, Yandex).

Для экспериментального исследования эрозионно-термокарстовых равнин были выбраны 6 участков в различных регионах (рис. 4). При выборе участков мы руководствовались теми же критериями, что и для случая озерно-термокарстовых

равнин. Краткая характеристика природных условий на выбранных участках выполнена на основе данных государственной геологической съемки соответствующих листов и сведена в табл. 2.

Выделение термокарстовых озер производилось в программе QGIS в ручном режиме, затем определялись площади, диаметры и другие параметры озер. Проверка соответствия эмпирически полученных распределений теоретическим производилась с помощью программного пакета статистического анализа STATISTICA 12 с использованием критерия Пирсона (хи-квадрат) на основе традиционной для подобных работ методики (см., например, [21]).

На участках было исследовано соответствие эмпирических данных по распределению площадей термокарстовых озер различным видам вероятностных распределений при объемах выборок 53–235 озер. Полученные данные (рис. 5, табл. 3) показывают, что эмпирические данные на уровне значимости 0.99 не противоречат созданной модели – на всех шести участках наблюдается согласие с гамма-распределением, как это справедливо для случая синхронного старта. Таким образом, ситуация с гамма-распределением нередко реализуется в различных физико-географических условиях. Вместе с тем на пяти из участков прослеживается сходство и с логнормальным распределением.

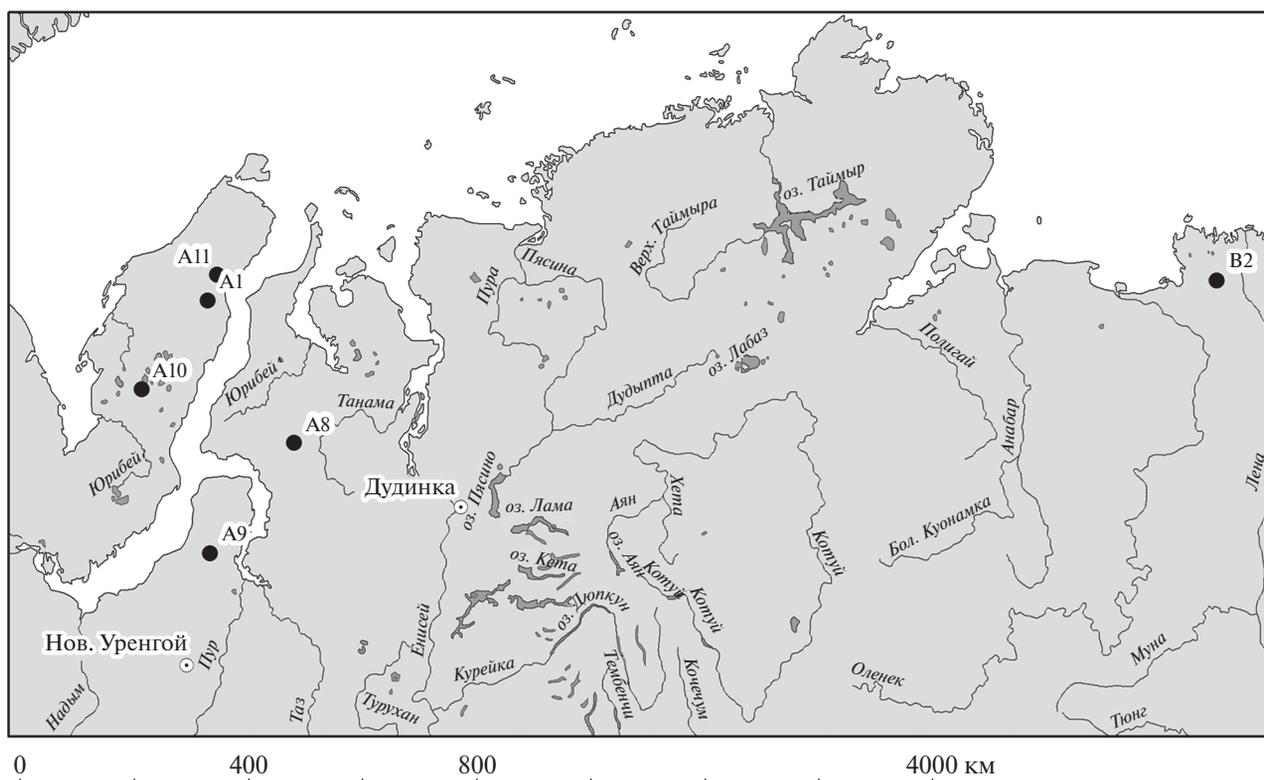


Рис. 4. Обзорная карта-схема расположения ключевых участков эрозионно-термокарстовых равнин.

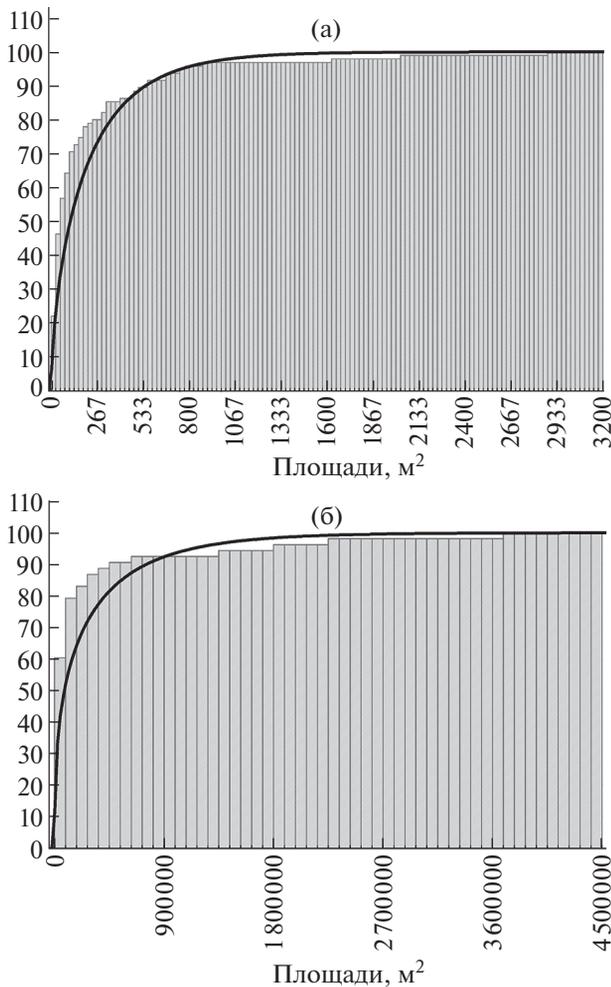
Последнее вполне объясняется двумя факторами:

– эрозионно-термокарстовые равнины на начальных стадиях представляли собой озерно-термокарстовые равнины, так как вероятность спус-

ка озер при их изначально ограниченных размерах и при ограниченном развитии эрозионной сети была невелика, а для озерно-термокарстовых равнин характерно логнормальное распределение площадей озер. Таким образом, начальным распределением площадей озер было логнор-

Таблица 2. Характеристика участков, выбранных для эмпирической проверки установленных математических закономерностей площади озерных котловин на эрозионно-термокарстовых равнинах

Участок	Географическое положение	Литолого-генетическая характеристика поверхности
A1	Южный Ямал, вторая терраса Обской губы	Аллювиально-морские отложения верхнеплейстоценового возраста (пески с маломощными прослоями супесей и суглинков мощностью до 10 м)
A10	Центр Ямала (междуречье рек Ясавэйяха и Нядэйседаяха)	Морские отложения (преимущественно, пески)
A11	Северо-восток Ямала (левобережье р. Сабеттаяха)	Аллювиально-морские отложения второй террасы (преимущественно, пески)
A9	Тазовкий п-ов	Морские отложения
A8	Гыданский п-ов	Аллювиально-морские и морские отложения верхнего неоплейстоцена (песчаные литофации с маломощными прослоями супесей, редко суглинков, а также тонко- и мелкозернистыми песками, редко среднезернистыми кварцевыми с маломощными прослоями суглинков и большим содержанием растительного детрита)
B2	Дельта р. Лены	Озерные и болотные образования (глинистыми алевритами, супесями с прослоями песков, растительного детрита и торфа голоценового возраста мощностью до 5 м)



**Рис. 5.** Пример соответствия эмпирических распределений площади термокарстовых озер в пределах эрозионно-термокарстовых равнин гамма-распределению на участках А9 (а) и А10 (б).

мальное распределение, которое затем эволюционировало в сторону гамма-распределения;

– гамма-распределение является предельным распределением при  $t \rightarrow \infty$ , а прошедшее с начала термокарстового процесса время является хотя и большим, но конечным, поэтому сохранились черты сходства с исходным логнормальным распределением.

Естественно, проведенный анализ не означает повсеместного распространения гамма-распределения площади озер в пределах эрозионно-термокарстовых равнин. Выполненные построения справедливы лишь для случая синхронного старта, и наши экспериментальные данные призваны показать, что этот вариант реализуется в достаточно большом количестве ситуаций. В то же время это не исключает развития эрозионно-термокарстовых равнин с асинхронным стартом, на которых будут реализовываться другие виды распределений.

Проведенный анализ показывает, что количественная оценка природных опасностей, характерных для озерно-термокарстовых и эрозионно-термокарстовых равнин, в случае синхронного старта должна проводиться по-разному. Покажем это на примере линейного сооружения. В пределах озерно-термокарстовых равнин вероятность поражения линейного сооружения существующим растущим термокарстовым очагом, исходя из анализа описанной модели, по сути, представляет собой вероятность того, что радиус термокарстового озера за изучаемый временной интервал окажется больше, чем расстояние до линейного сооружения и соответственно для временного интервала  $t$ , учитывая (1), дается выражением

$$P_1(t) = 1 - \Phi \left( \frac{\ln \frac{r}{v} - at}{\sigma \sqrt{t}} \right), \quad (8)$$

где  $\Phi(x)$  – функция Лапласа,  $a$ ,  $\sigma$  – параметры распределения,  $t$  – время развития,  $r$  – расстояние от центра озера до сооружения,  $v$  – начальный радиус озера.

Для эрозионно-термокарстовых равнин выражение несколько модифицируется, так как должна быть учтена вероятность остановки роста озера из-за спуска и превращения в хасырей. С учетом того, что, как упоминалось выше, распределение расстояния до ближайшей вершины эрозионной формы подчиняется распределению Рэлея, получаем вероятность поражения

$$P_2(t) = \left[ 1 - \Phi \left( \frac{\ln \frac{r}{v} - at}{\sigma \sqrt{t}} \right) \right] e^{-\pi \gamma (r^2 - v^2)}, \quad (9)$$

где  $\gamma$  – средняя плотность расположения эрозионных форм.

Необходимые значения параметров могут быть получены на основе материалов повторных дистанционных съемок, например, для озерно-термокарстовых равнин

$$a = \frac{M(\ln \xi_2) - M(\ln \xi_1)}{t_2 - t_1}, \quad (10)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{D(\ln \xi_2) - D(\ln \xi_1)}{t_2 - t_1}}, \quad (11)$$

где  $t_1, t_2$  – сроки первой и второй съемок,  $M(\ln \xi_i)$  – средний логарифм радиусов озер за соответствующий срок,  $D(\ln \xi_i)$  – дисперсия логарифма радиусов озер за соответствующий срок.

### ВЫВОДЫ

На основании теоретического анализа и изучения полученных эмпирических данных по осо-

**Таблица 3.** Соответствие теоретических и эмпирических законов распределения для термокарстовых озер

Участок	Количество озер	Вид распределения	$\chi^2$	$\chi^2_{0.99}$
A9	95	гамма	<b>5.799</b>	6.635
		логнормальное	<b>2.848</b>	9.210
		нормальное	27.423	9.210
A10	53	гамма	<b>6.317</b>	9.210
		логнормальное	<b>6.464</b>	6.635
		нормальное	149.362	15.086
A11	93	гамма	<b>3.802</b>	6.635
		логнормальное	<b>10.807</b>	11.341
		нормальное	27.350	18.475
B2	142	гамма	<b>12.828</b>	13.277
		логнормальное	<b>11.520</b>	15.086
		нормальное	134.945	18.475
A8	235	гамма	<b>2.879</b>	9.210
		логнормальное	<b>15.792</b>	21.666
		нормальное	233.913	13.277
A1	135	гамма	<b>5.702</b>	9.210
		логнормальное	26.103	16.812
		нормальное	175.778	13.277

Примечание: значения критерия для выборок, где эмпирические данные не противоречат теоретическим на уровне значимости 0.99, выделены жирным шрифтом.

бенностям морфологических комплексов озерно-термокарстовых и эрозионно-термокарстовых равнин можно сделать следующие выводы:

– распределение площадей озер в пределах озерно-термокарстовых равнин в разных физико-географических, геологических и геокриологических условиях подчиняется преимущественно логнормальному распределению, не соответствуя гамма-распределению. В то же время для распределения площадей озер в пределах эрозионно-термокарстовых равнин в разных условиях в достаточно большом числе случаев справедливы одновременно как гамма-распределение, так и логнормальное распределение площадей озер;

– выполненная эмпирическая проверка заставляет сделать вывод о справедливости математических моделей развития морфологической структуры ландшафтов озерно-термокарстовых и эрозионно-термокарстовых равнин для случая синхронного старта;

– при количественной оценке вероятности поражения инженерного сооружения в пределах озерно-термокарстовых и эрозионно-термокарстовых равнин должны использоваться разные методы, которые могут быть получены на основе анализа соответствующей математической моде-

ли и ретроспективного обзора развития термокарстового процесса по аэрофото- и космоснимкам, что необходимо для валидации модели (расчета эмпирических коэффициентов для нее).

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при поддержке гранта РНФ № 18-17-00226 (создание моделей) и темы государственного задания (оценка опасности поражения инженерного сооружения).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арэ Ф.Э., Балобаев В.Т., Босиков Н.П. Особенности переработки берегов термокарстовых озер Центральной Якутии // Озера криолитозоны Сибири. Новосибирск: Наука, 1974, С. 39–52.
2. Днепровская В.П., Брыксина Н.А., Полищук Ю.М. Изучение изменений термокарста в зоне прерывистого распространения вечной мерзлоты Западной Сибири на основе космических снимков // Исследование Земли из космоса. 2009. № 4. С. 88–96.
3. Кирпотин С.Н., Полищук Ю.М., Брыксина Н.А. Динамика площадей термокарстовых озер в сплошной и прерывистой криолитозонах Западной Сибири в условиях глобального потепления // Вестник ТГУ. 2008. № 311. С. 185–189.
4. Полищук В.Ю., Полищук Ю.М. Геоимитационное моделирование полей термокарстовых озер в зонах мерзлоты. Ханты-Мансийск: УИП ЮГУ, 2013. 129 с.
5. Крацова В.И., Тарасенко Т.В. Изучение и картографирование динамики термокарстовых озер на территории Западной Сибири по разновременным космическим снимкам // Восьмое сибирское совещание по климатологическому мониторингу. Материалы российской конференции 8–10 октября 2009. Томск: Аграф-Пресс, 2009. С. 273–275.
6. Burn C.R. and Smith M. W. Development of Thermokarst Lakes During the Holocene at Sites Near Mayo, Yukon Territory // Permafrost and Periglacial Processes. 1990. Vol. 1. P. 161–176.
7. Smith L.C., Sheng Y., Macdonald G.M., and Hinzman L.D. Disappearing Arctic Lakes // Science. Vol. 308. No. 3. 2005. P. 14.
8. Шур Ю.Л. Термокарст (к теплофизическим основам учения о закономерностях развития процесса). М.: Недра, 1977. 80 с.
9. Викторов А.С. Математическая модель термокарстовых озерных равнин как одна из основ интерпретации материалов космических съемок // Исследование Земли из космоса. 1995. № 5. С. 42–50.
10. Викторов А.С., Капралова В.Н. Количественная оценка природных рисков на основе материалов космических съемок (на примере озерно-термокарстовых равнин) // Исследования Земли из космоса. 2013. № 4. С. 33–38.
11. Grosse G., Jones B.M., Nitze I., Lindgren P.R., Walter Anthony K.M., and Romanovsky V.E. Massive thermokarst lake area loss in continuous ice-rich permafrost of the northern Seward Peninsula, Northwestern Alaska, 1949–2015 // XI International Conference

- on Permafrost – Book of Abstracts, 20–24 June 2016, Potsdam, Germany. Bibliothek Wissenschaftspark Albert Einstein, 2016. P. 739–740.  
https://doi.org/10.2312/GFZ.LIS.2016.001
12. *Викторов А.С., Капралова В.Н., Орлов Т.В., Трапезникова О.Н., Архипова М.В., Березин П.В., Зверев А.В., Панченко Е.Н., Садков С.А.* Анализ развития морфологической структуры озерно-термокарстовых равнин на основе математической модели // Геоморфология. 2015. № 3. С. 3–13.
  13. *Polishchuk Yu.M. and Polishchuk V.Yu.* Geo-simulation approach to modeling spatial objects and its application to creating thermokarst lake model using remote sensing data // BioClimLand. No. 1. P. 53–69.
  14. *Sejourne A., Costard F., Fedorov A., Gargani J., Skorve J., Masse M., and Mege D.* Evolution of the banks of thermokarst lakes in Central Yakutiya (Central Siberia) due to retrogressive thaw slump activity controlled by insolation // Geomorphology. 2015. No. 241. P. 31–40.
  15. *Bondurant A.C., Arp C., Jones B., and Engram M.* Rates and mechanisms of expansion in thermokarst lakes with bedfast and floating ice regimes on the Arctic Coastal Plain of northern Alaska 2015 // XI International Conference on Permafrost – Book of Abstracts, 20–24 June 2016, Potsdam, Germany. Bibliothek Wissenschaftspark Albert Einstein, 2016. P. 703–705.  
https://doi.org/10.2312/GFZ.LIS.2016.001
  16. *Романовский Н.Н.* Эрозионно-термокарстовые котловины на севере приморских низменностей Якутии и Новосибирских островах // Мерзлотные исследования. 1961. Вып. 1. С. 124–144.
  17. *Викторов А.С., Капралова В.Н., Орлов Т.В., Трапезникова О.Н., Архипова М.В., Березин П.В., Зверев А.В., Садков С.А., Панченко Е.Г.* Математическая морфология ландшафтов криолитозоны. М.: РУДН, 2016. 232 с.
  18. *Victorov A.S.* Mathematical Models of Thermokarst Erosion Plains // GIS and Spatial Analysis. Proceedings of IAMG 2005, Toronto, Canada. P. 62–67.
  19. *Викторов А.С.* Основные проблемы математической морфологии ландшафта. М.: Наука, 2006. 252 с.
  20. Методическое руководство по инженерно-геологической съемке масштаба 1:200000 (1:100 000, 1:50 000). М: Недра, 1978. 391 с.
  21. *Крамер Г.* Математические методы статистики. М.: Мир, 1970. 648 с.

## Comparative analysis of lake area distributions for lacustrine thermokarst plains and thermokarst plains with fluvial erosion

A. S. Victorov<sup>a,\*</sup>, T. V. Orlov<sup>a</sup>, and A. L. Doroghko<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Sergeev Institute of Environmental Geoscience RAS (IEG RAS), Moscow, Russia*

\*E-mail: dist@geoenv.ru

A comparative analysis of lake area distributions for lacustrine thermokarst plains and thermokarst plains with fluvial erosion has been performed using the mathematical morphology of landscapes and remote sensing. We applied mathematical models of landscape patterns for lacustrine thermokarst plains and thermokarst plains with fluvial erosion under the “synchronous start” of the thermokarst conditions. Twenty-two key sites were included in the empirical testing. The empirical testing involves 22 key sites. These sites have different geomorphological environments within the areas of either continuous and discontinuous permafrost or sporadic permafrost. We have theoretically revealed and validated it empirically that in different natural environments, the lake area distribution within lacustrine thermokarst plains generally corresponds to the lognormal distribution while the gamma-distribution is almost absent. On the contrary, the model shows that lake area distribution within thermokarst plains with fluvial erosion generally corresponds to both the lognormal and gamma-distributions. This result does not exclude different scenarios of lake area distribution patterns for the plains with fluvial erosion under an asynchronous start of the thermokarst. The empirical testing proves the validity of the mathematical models of that the morphological patterns for the lacustrine thermokarst plains and thermokarst plains with fluvial erosion under the synchronous start of thermokarst processes. Therefore, different techniques should be used for the quantitative assessment of the impact probability of the thermokarst processes on engineering structures for the lacustrine thermokarst plains and thermokarst plains with fluvial erosion. The mathematical model used in this study proved to be a good instrument for such assessment.

*Keywords:* thermokarst plains with fluvial erosion, mathematical morphology of landscape, thermokarst lakes, mathematical modeling, lake area distribution

### ACKNOWLEDGMENTS

The study was done with the support of RSF grant No. 18-17-00226 (creation of models) and in terms of the state assignment regarding hazard assessment of an engineering structures.

### REFERENCES

1. Are F.E., Balobaev V.T., and Bosikov N.P. *Osobennosti pererabotki beregov termokarstovykh ozer Tsentral'noi Yakutii* (Features of the processing of the shores of thermokarst lakes in Central Yakutia). *Ozera kriolitozony*

- zony Sibiri*. Novosibirsk: Nauka (Publ.), 1974. P. 39–52. (in Russ.)
2. Dneprovskaya V.P., Bryksina N.A., and Polishchuk Yu.M. *Izuchenie izmenenii termokarsta v zone preryvistogo rasprostraneniya vechnoi merzloty Zapadnoi Sibiri na osnove kosmicheskikh snimkov* (Study of thermokarst changes in the zone of intermittent distribution of permafrost in Western Siberia based on satellite images). *Issledovanie Zemli iz kosmosa*. 2009. No. 4. P. 88–96. (in Russ.)
  3. Kirpotin S.N., Polishchuk Yu.M., and Bryksina N.A. *Dinamika ploshchadei termokarstovykh ozer v sploshnoi i preryvистой kriolitozonakh Zapadnoi Sibiri v usloviyakh global'nogo potepleniya* (Dynamics of areas of thermokarst lakes in continuous and intermittent cryolithozone of Western Siberia in the context of global warming). *Vestnik TGU*. 2008. No. 311. P. 185–189. (in Russ.)
  4. Polishchuk V.Yu. and Polishchuk Yu.M. *Geoimitatsionnoe modelirovanie polei termokarstovykh ozer v zonakh merzloty*. (Geo-simulation modeling of thermokarst lakes fields in permafrost zones). Khanty-Mansiysk: UIP YUGU (Publ.), 2013. 129 p. (in Russ.)
  5. Kravtsova V.I. and Tarasenko T.V. *Geoimitatsionnoe modelirovanie polei termokarstovykh ozer v zonakh merzloty* (Study and mapping of the dynamics of thermokarst lakes in Western Siberia using multi-temporal satellite images). *Vos'moe sibirskoe soveshchanie po klimato-ekologicheskomu monitoringu. Materialy rossiyskoi konferentsii 8–10 oktyabrya 2009*. Tomsk: Agraf-Press (Publ.), 2009. P. 273–275. (in Russ.)
  6. Burn C.R. and Smith M.W. Development of Thermokarst Lakes During the Holocene at Sites Near Mayo, Yukon Territory. *Permafrost and Periglacial Processes*. 1990. Vol. 1. P. 161–176.
  7. Smith L.C., Sheng Y., Macdonald G.M., and Hinzman L.D. Disappearing Arctic Lakes. *Science*. 2005. Vol. 308. No. 3. P. 14.
  8. Shur Yu.L. *Termokarst (k teplofizicheskim osnovam ucheniya o zakonomernostyakh razvitiya protsessov)* (Thermokarst (to the thermophysical fundamentals of the theory of the development of the process)). M.: Nedra (Publ.), 1977. 80 p. (in Russ.)
  9. Victorov A.S. *Matematicheskaya model' termokarstovykh ozernykh ravnin kak odna iz osnov interpretatsii materialov kosmicheskikh s"emok* (A mathematical model of thermokarst lake plains as one of the foundations for the interpretation of remote sensing data). *Issledovanie Zemli iz kosmosa*. 1995. No. 5. P. 42–50. (in Russ.)
  10. Victorov A.S. and Kapralova V.N. *Kolichestvennaya otsenka prirodnykh riskov na osnove materialov kosmicheskikh s"emok (na primere ozerno-termokarstovykh ravnin)* (Quantitative assessment of natural risks based on remote sensing data (a case study of lacustrine thermokarst plains)). *Issledovaniya Zemli iz kosmosa*. 2013. No. 4. P. 33–38. (in Russ.)
  11. Grosse G., Jones B.M., Nitze I., Lindgren P.R., Walter Anthony K.M., and Romanovsky V.E. Massive thermokarst lake area loss in continuous ice-rich permafrost of the northern Seward Peninsula, Northwestern Alaska, 1949–2015. *XI International Conference on Permafrost – Book of Abstracts, 20–24 June 2016, Potsdam, Germany*. Bibliothek Wissenschaftspark Albert Einstein, 2016. P. 739–740. doi:10.2312/GFZ.LIS.2016.001
  12. Victorov A.S., Kapralova V.N., Orlov T.V., Trapeznikova O.N., Arkhipova M.V., Berezin P.V., Zverev A.V., Panchenko E.N., and Sadkov S.A. *Analiz razvitiya morfologicheskoi struktury ozerno-termokarstovykh ravnin na osnove matematicheskoi modeli* (The Mathematical Model of Thermokarst Lakes Surface as One of the Bases of the Space Survey Interpretation). *Geomorfologiya* (Geomorphology RAS). 2015. No. 3. P. 3–13. (in Russ.)
  13. Polishchuk Yu.M. and Polishchuk V.Yu. Geo-simulation approach to modeling spatial objects and its application to creating thermokarst lake model using remote sensing data. *BioClimLand*. No. 1. P. 53–69.
  14. Sejourne A., Costard F., Fedorov A., Gargani J., Skorge J., Masse M., and Mege D. Evolution of the banks of thermokarst lakes in Central Yakutiya (Central Siberia) due to retrogressive thaw slump activity controlled by insolation. *Geomorphology*. 2015. No. 241. P. 31–40.
  15. Bondurant A.C., Arp C., Jones B., and Engram M. Rates and mechanisms of expansion in thermokarst lakes with bedfast and floating ice regimes on the Arctic Coastal Plain of northern Alaska 2015. *XI International Conference on Permafrost – Book of Abstracts, 20–24 June 2016, Potsdam, Germany*. Bibliothek Wissenschaftspark Albert Einstein, 2016. P. 703–705. doi:10.2312/GFZ.LIS.2016.001
  16. Romanovskii N.N. *Eroziionno-termokarstovye kotloviny na severe primorskikh nizmennostei Yakutii i Novosibirskikh ostrovakh* (Erosion-thermokarst hollows in the north of the coastal lowlands of Yakutia and the Novosibirsk islands). *Merzlotnye issledovaniya*. 1961. Vyp. 1. P. 124–144. (in Russ.)
  17. Victorov A.S., Kapralova V.N., Orlov T.V., Trapeznikova O.N., Arkhipova M.V., Berezin P.V., Zverev A.V., Sadkov S.A., and Panchenko E.G. *Matematicheskaya morfologiya landshaftov kriolitozony* (Mathematical morphology of cryolithozone landscapes). M.: RUDN (Publ.), 2016. 232 p. (in Russ.)
  18. Victorov A.S. *Mathematical Models of Thermokarst Erosion Plains // GIS and Spatial Analysis*. Proceedings of IAMG 2005, Toronto, Canada. P. 62–67.
  19. Victorov A.S. *Osnovnye problemy matematicheskoi morfologii landshafta* (The main problems of mathematical morphology of landscape). M.: Nauka (Publ.), 2006. 252 p. (in Russ.)
  20. *Metodicheskoe rukovodstvo po inzhenerno-geologicheskoi s"emke masshtaba 1:200000 (1:100 000, 1:50 000)* (Methodical guide for geotechnical survey of 1: 200 000 scale (1: 100 000, 1:50 000)). M.: Nedra (Publ.), 1978. 391 p. (in Russ.)
  21. Kramer. G. *Matematicheskie metody statistiki* (Mathematical methods of statistics). M.: Mir (Publ.), 1970. 648 p.