

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В ИССЛЕДОВАНИИ ПОДВОДНОГО РЕЛЬЕФА

(на примере Срединпо-Атлантического хребта)

Обработка информации на ЭВМ на основе методов математического анализа, математической статистики и теории случайных функций довольно давно применяется в практике морских геофизических работ. Однако для характеристики форм подводного рельефа эти методы используются крайне недостаточно. До сих пор преобладают самые общие качественные описания строения рельефа дна по произвольной методике так, что сравнительный морфометрический анализ структур становится крайне затруднительным. Переход от описательных характеристик к численным, пригодным для расчетов на ЭВМ, позволяет получить объективные морфометрические характеристики различных форм рельефа и структур, что особенно важно при моделировании строения подводного рельефа. Большое значение численные методы имеют при анализе рельефа генетически однородных структур, сходных по строению, где все существующие изменения в рельефе трудно уловить визуально. В этом случае появляется необходимость разложить рельеф на составляющие элементы, чтобы выявить трудно различимые изменения и особенности его строения. Такая решаемая задача на сходство и различия позволяет провести объективное морфометрическое районирование подводного рельефа как основу для дальнейшего структурно-геоморфологического и тектонического районирования. Разложение рельефа на составляющие элементы, выраженные в численном виде, необходимо также при совместной обработке данных по рельефу и геофизической информации, это в настоящее время проводится исключительно на ЭВМ. Таким образом, данные по рельефу включаются в общий блок геофизической информации, сейчас они часто существуют совершенно независимо друг от друга; геофизики строят модели на ЭВМ, геоморфологи довольствуются общими, довольно приблизительными описаниями. Отсутствует стандарт в описаниях, числовые характеристики даются не по единой форме, а по самой разной методике. При этом значительная часть информации теряется, результаты исследований становятся несравнимыми.

В изучении подводного рельефа существуют специфические проблемы. По большей части исследователи лишены возможности проводить непосредственные наблюдения и используют дистанционные методы. Результаты представлены обычно в виде эхограмм по отдельным галсам и батиметрических карт, построенных по сети галсов с интерполяцией межгалсовых промежутков. Эхограммы – наиболее детальный первичный материал, основа для составления профилей дна и карт различных масштабов. Эхограммы и профили дна несут наиболее полную объективную информацию о строении рельефа и являются основным материалом для морфометрического анализа. Однако на них содержится много деталей, затрудняющих их сопоставление. Поэтому нужен метод, который позволил бы с достаточной гибкостью манипулировать исходными данными, извлекать из материала то, что необходимо для решения определенной геологической задачи. Такими возможностями обладают методы математической статистики. При обработке материала необходимо стремиться достичь следующего: 1) повышения информативности полученных данных путем экстрагирования из эхолотных записей всей заложенной в них информации; 2) повышения достоверности выводов, получаемых на основе анализа эхограмм и профилей дна; 3) получения возможности сравнения полученных результатов с проведенными ранее исследованиями подобных структур. Для решения этой задачи идеальным было бы

образование банка данных по рельефу дна, аналогичного банкам геофизических и геологических данных.

Ограничения метода. Все морфометрические и статистические методы анализа рельефа основываются на представлении рельефа как случайного поля высот и глубин. Топографическая поверхность обладает следующими свойствами [1]: 1) непрерывность рельефа – бесконечно малому приращению горизонтальных координат X и Y соответствует бесконечно малое вертикальное приращение h ; 2) конечность рельефа; 3) однозначность – вертикальная линия пересекается с поверхностью рельефа только в одной точке.

При статистическом анализе любого участка земной поверхности возникают проблемы однородности, стационарности, изотропности поля глубин. Вообще, "угроза неоднородности и нестационарности постоянно висит над исследователем даже в самых, казалось бы, благоприятных условиях" [2, с. 53]. В отношении рельефа условия однородности и стационарности считаются соблюденными, если рассматриваются генетически однородная поверхность или комплекс форм.

Рельеф поверхности Земли в общем случае анизотропен. Для подводного рельефа за изотропный можно принять лишь рельеф отдельных участков морского дна в пределах глубоководных котловин. Это обычно ровное дно с небольшими холмами, беспорядочно разбросанными по площади, так что по любому разнонаправленному галсу будет встречено примерно одинаковое количество холмов с близкой вероятностью. Профили дна таких районов очень похожи по внешнему виду. В случае же крупных линейных форм анизотропия рельефа проявляется очень сильно, например профили вдоль и вкрест простирания срединно-океанических хребтов, линейных блоковых поднятий дна и т.д. Совместный анализ по такому произвольному набору профилей бессмыслен. Для соблюдения условия изотропности необходима одинаковая ориентация исходных профилей относительно простирания основных структур, обычно вкрест их простирания. Отобранный таким образом исходный примерный материал является представительным для класса локально-однородных и изотропных двумерных полей, и к нему приложима теория анализа случайных процессов и полей [3].

Спектрально-статистические методы были применены нами для морфометрического анализа рельефа Срединно-Атлантического хребта (САХ). Даже самый общий визуальный анализ батиметрических профилей показывает, что при едином генезисе и общем внешнем сходстве отдельных форм рельефа наблюдаются значительные региональные различия в строении отдельных звеньев хребта в целом и его рифтовой зоны в частности. Изменяются характер расчленения рельефа, ширина, протяженность, степень выраженности структур и т.д. Такая сложная картина поперечного профиля затрудняет последовательное сопоставление различных частей (САХ) визуальным способом. Появляется необходимость расчленить ее на ряд показателей, выраженных в численном виде, картируемых и сопоставимых между собой [4, 5].

Нами были поставлены следующие задачи: выявить степень сходства и различия в строении отдельных звеньев хребта; определить характер изменений в рельефе вкрест и вдоль простирания хребта; выделить морфологически однородные районы по сходству морфометрических признаков. Они решались на примере приосевой части хребта, включающей в себя рифтовый и верхний сегменты фланговых зон, обычно не выходящие за пределы линейной магнитной аномалии № 5. В этих зонах осадочный покров практически отсутствует, встречается лишь "карманное" заполнение межгорных впадин маломощными осадками. Таким образом, видимый эхолотный профиль отражает рельеф фундамента хребта [6].

В пределах САХ для статистической обработки было отобрано более 80 эхолотных профилей, пересекающих хребет по нормали к его простиранию. Все профили прокладывались на батиметрических картах м-ба 1:2000000 и 1:5000000 и привязывались к основным структурам дна океана. Для чистоты эксперимента из подготовленных профилей выбрасывались участки их пересечения с трансформными разломами, имеющими иную морфологию и генезис. Для каждого из профилей были сняты ряды глубин

с дискретностью выборки 1 км. Полученный массив данных вводился в компьютер, на котором проводились дальнейшие расчеты.

Основные статистические характеристики и их морфологический смысл. Статистические характеристики могут быть рассчитаны как для всего профиля в целом, так и для отдельных его частей. Расчет для всего исходного профиля в целом целесообразно выполнять по данным полигонных исследований, а также для участков дна, где общий уровень поверхности не содержит региональной составляющей большой величины. При наличии значительного регионального уклона поверхности дна предварительно проводится сглаживание исходного профиля [4, 7]. Цель сглаживания – разделение крупно- и мелкомасштабных форм рельефа, т.е. отделение заведомо тектонических форм от высокочастотной составляющей рельефа. Это позволяет разложить исходный профиль на две составляющие: сглаженный профиль и профиль осложняющих неровностей. Первый рассматривается как уровень, второй содержит формы, за счет которых формируется расчлененность.

Анализируемые нами ряды, как и большинство случайных процессов, встречающихся на практике, имеют, в общем, нестационарный характер. Их нестационарность проявляется в том, что при переносе начала отсчета в цифровом ряду статистические свойства не остаются постоянными. Для стационаризации анализируемого ряда необходимо или удалить тренд, или устранить крупномасштабную низкочастотную составляющую. Здесь следует заметить, что мы анализируем не временные, а пространственные случайные процессы, поэтому имеются в виду пространственные циклические частоты – величины, обратные пространственной периодичности. Операция выделения низкочастотной составляющей состоит прежде всего в получении из исходного цифрового ряда некоего сглаженного ряда с применением скользящего осреднения с заранее выбранным интервалом сглаживания. Этот этап можно назвать низкочастотной фильтрацией. Сглаживание проводится с использованием так называемого косинус-фильтра:

$$\bar{H}k = \frac{1}{n} \sum_{k-\frac{n}{2}}^{k+\frac{n}{2}} \left[1 + \cos \frac{2\pi(k-i)}{n} \right] hi,$$

где Hk – глубины сглаженного профиля; hi – глубины исходного профиля; k – номер ординаты сглаженного ряда; i – номер ординаты исходного ряда; $n = L/\Delta l$ – безразмерный интервал сглаживания. Мы принимаем интервал сглаживания $L = 20$ км при дискретности выборки глубин $\Delta l = 1$ км. Тогда $n = 20$. Следует заметить, что количество сглаженных ординат профиля в целом становится меньше исходного количества на n значений (рис. 1).

Итак, на сглаженном профиле будут представлены формы рельефа с горизонтальными размерами ≥ 20 км, на профиле осложняющих неровностей – < 20 км. Это дает возможность провести сопоставление таких форм рельефа, созданных крупномасштабными тектоническими процессами, как основное сводовое поднятие срединного хребта, так и осложняющих поднятие форм рельефа более мелкого масштаба, возникших под воздействием вулканотектонических и экзогенных процессов. Сглаженный профиль представляет собой региональный уровень, коротковолновый – формы, ответственные за формирование расчлененного рельефа поверхности. Последний профиль принимается за стационарный, и к нему применимы методы спектрального анализа, используемые для описания стационарных случайных функций.

В соответствии с теоремой Котельникова функция вполне определяется значениями в точках, отстоящих на расстояние Δl , если она не содержит частот выше $1/2\Delta l$. Поэтому при спектральном анализе можно судить о размерах форм, имеющих протяженность не менее удвоенной величины интервала отсчета глубин. В нашем случае это формы протяженностью ≥ 2 км.

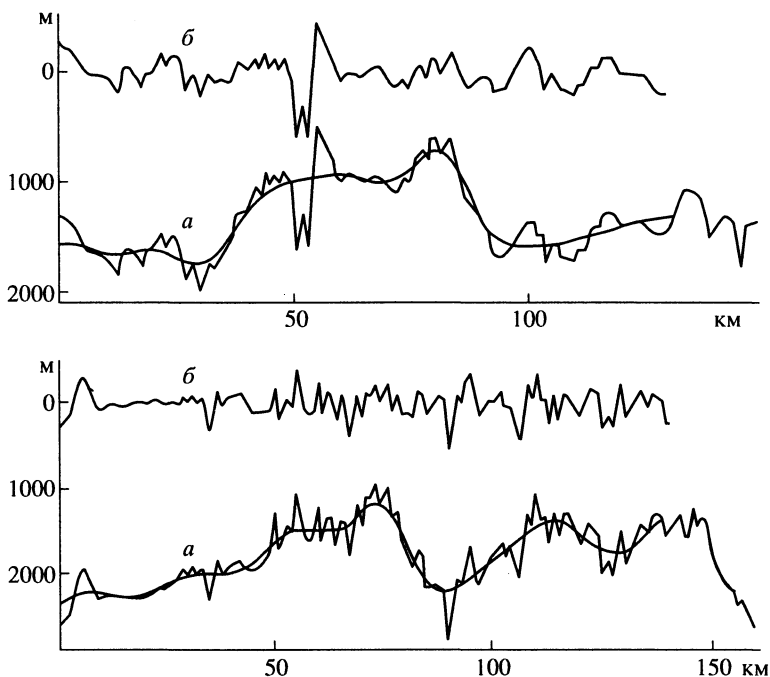


Рис. 1. Исходные профили, сглаженные и высокочастотные составляющие, рассчитанные для двух эхолотных профилей: *a* – первоначальный профиль и сглаженная кривая, *б* – высокочастотная составляющая

Стационарный процесс полностью характеризуется тремя оценками: математическим ожиданием \bar{X} , дисперсией σ^2 и автокорреляционной функцией (АКФ). Последняя рассчитывается по формуле

$$Ch(r) = \frac{1}{N-r} \sum_{i=1}^{N-r} (H_i - \bar{X})(H_{i+r} - \bar{X});$$

где H_i – отдельные глубины; N – общее количество глубин на профиле; r – составляет ряд последовательных значений 0, 1, 2, ... m ; m – величина максимального сдвига или расстояний между глубинами, для которых рассчитывается функция.

По АКФ определяется интервал или радиус корреляции, т.е. такое расстояние, начиная с которого, значения H_i и H_{i+r} можно считать некоррелируемыми.

Морфологический смысл АКФ. АКФ определяет связь между глубинами, расположенными на разных расстояниях друг от друга. С ее помощью оценивается степень изменчивости глубин. Характеристикой изменчивости служит радиус корреляции. Значение АКФ в нулевой точке ($r = 0$) равно дисперсии (σ^2) и характеризует вертикальное расчленение рельефа. Радиус корреляции определяет наиболее типичную периодичность в чередовании глубин и соответствует показателю горизонтального расчленения или ритма рельефа.

Быстрое уменьшение АКФ до нуля, малый радиус корреляции указывает на слабую зависимость между глубинами, некоррелированный процесс, хаотичное распределение глубин. Это свидетельствует о значительной изменчивости глубин и слабой связи между ними. Как правило, это интенсивно раздробленный рельеф со слабой периодичностью, отсутствием высокочастотной составляющей волн, что присуще блоковому типу рельефа.

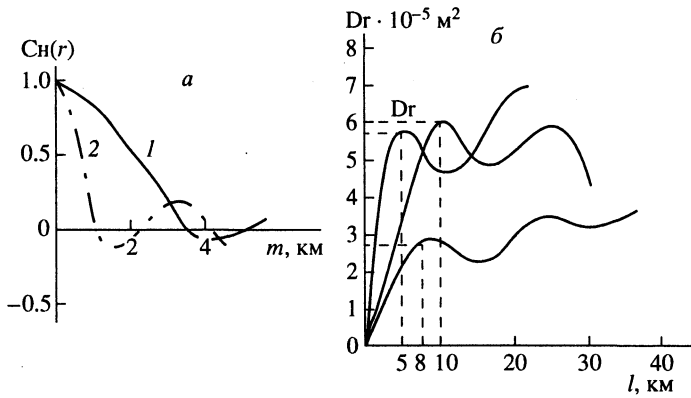


Рис. 2. Примеры графиков: а – нормированной автокорреляционной функции (1 – для коррелируемого процесса, 2 – для некоррелируемого процесса), б – структурных функций Dr

Медленное уменьшение АКФ, значительный радиус корреляции указывает на существование зависимости между глубинами, описывающими формы рельефа с волновой составляющей, равной радиусу корреляции. Чем больше радиус корреляции, тем меньше проявились процессы дробления коры, а в большей степени – процессы складчатости или некоторые другие процессы, приводящие к волнообразному строению рельефа. По максимумам АКФ выявляются периоды колебаний, преобладающие по амплитуде, т.е. определяется периодичность рельефа (рис. 2а).

Структурная функция – достаточно хорошая интегральная характеристика, позволяющая судить о наличии или отсутствии периодичностей соответствующего масштаба и о их вертикальных и горизонтальных размерах. В то же время эта функция устойчива к условию стационарности и поэтому часто используется для анализа нестационарных процессов. Она показывает распределение энергии для волн разной периодичности. Можно оценить энергию форм рельефа явно тектонического происхождения с очень большой длиной волны и энергию более высокочастотных составляющих, созданных локальными тектоническими процессами или вулканизмом.

Формула для расчетов:

$$Dr = \frac{1}{N-r} \sum_{i=1}^{N-r} (H_{i+r} - H_i)^2,$$

где N – общее число данных в ряду; r – сдвиг структурной функции; $\max Dr$ для данного профиля отражает размах рельефа, т.е. максимальное вертикальное расчленение – $Dr \max = \max \sigma^2$.

Кроме того, осциллирующий характер структурной функции свидетельствует о периодичности исследуемого процесса. При этом расстояние от нуля до первого пика структурной функции соответствует половине длины волны преобладающей периодической составляющей, т.е. расстоянию гребень – впадина, что отвечает понятию горизонтальной расчлененности или ритма рельефа. Крутизна графика отражает средний угол наклона для форм данной протяженности. На рис. 2б приведены типичные графики структурных функций, рассчитанных для трех эхолотных профилей через рифтовую зону САХ. Все структурные функции указывают на существование хорошо выраженных периодичностей с длинами волн 5, 8 и 10 км с разной энергией рельефа. Плохо выраженная периодичность функции свидетельствует о раздробленном рельефе с резкими колебаниями глубин. Хорошая периодичность говорит о более упорядоченном, закономерно построенном рельефе с преобладанием форм с малой длиной волны.

Спектральная плотность. Наиболее полное распределение энергии процесса по частотам дает метод спектрального анализа. В отличие от структурной функции, показывающей основную, главную периодичность рельефа, спектральный анализ позволяет выделить целый ряд периодичностей с различной длиной волны в зависимости от величины спектральной плотности дисперсии колебания глубин. Однако спектральный анализ может быть применен только к стационарным и квазистационарным процессам. Поэтому для стационаризации процесса необходимо удалить "фоновую" длинноволновую составляющую. В нашем случае это осуществляется посредством фильтрации, когда исходный профиль рельефа дна разделяется на длинноволновую часть, созданную крупномасштабными тектоническими процессами, и коротковолновую или профиль осложняющих неровностей, отвечающую за характер расчленения рельефа. К последней применимы методы спектрального анализа.

Спектральная плотность, иногда называемая энергетическим спектром случайного процесса, является очень удобной и информативной величиной, показывающей распределение энергии процесса как функции пространственной частоты. Энергетический спектр по сравнению с другими функциями дает более отчетливое представление о частотных свойствах анализируемого поля и характеризует энергию всех гармоник поля. При этом в спектре отчетливо выделяются отдельные гармоники (периодичности), которые при других методах могут быть едва заметны [8]. В случае анализа профилей рельефа дна выявленные периодичности (длины волн) соответствуют горизонтальным размерам преобладающих форм рельефа, а значения спектральной плотности – относительному вкладу каждой составляющей в суммарную энергию рельефа.

Первый способ определения спектральной плотности состоял во взятии преобразования Фурье от предварительно вычисленной корреляционной функции. Если определена корреляционная функция $Ch(r)$, то функция спектральной плотности Sp процесса h определяется формулой

$$Sp = \delta_l \Delta l \sum_{r=0}^m Ch(r) \left(1 + \cos \frac{\pi r}{m} \right) \cos \frac{p\pi r}{m},$$

$$\text{где } \delta_l = \begin{cases} 0,5 & \text{при } l=0 \text{ и } l=m \\ 1,0 & \text{при } 0 < l < m \end{cases}$$

p – номер ординаты спектральной плотности – целое число, изменяется от 0 до m .

Для дискретной реализации определенной протяженности можно построить преобразование Фурье для конечного ряда частот. Если протяженность анализируемого отфильтрованного профиля равна L , то пространственные частоты, соответствующие номеру P ординаты спектра, получаются из соотношения P/L . Понятно, что набор ординат имеет номера от 0 до m , а m может достигать значения, равного половине количества выборок в исследуемом ряду. Тогда последняя частота равна $1/2 \Delta l$, ее часто называют частотой Найквиста.

В связи с тем что спектральному анализу подвергается высокочастотная часть исходной реализации, в нашем случае та ее часть, которая содержит неискаженными формы рельефа протяженностью < 20 км, следует критически относиться к частотам, меньшим $1/20$ цикл/км. Пик на спектре вблизи этой частоты может быть искусственным, порожденным высокочастотной фильтрацией.

Спектральная плотность вычисляется для диапазона волн от ∞ до $2\Delta l$, в нашем случае от ∞ до 2 км. Учитывая, что интервал сглаживания, выбранный нами, составляет 20 км, а срезание энергии начинается практически с волн длиной 10 км и больше, пики с длиной волны > 10 км могут быть фиктивными – результатом срезания энергии волн большей длины, а не указывают на присутствие регулярных преобладающих колебаний. С другой стороны, величина пиков должна выходить за пределы доверительного интервала, а остальные малозаметные пики на спектрах, не выходящие за пределы доверительного интервала, можно считать несущественными. В нашем

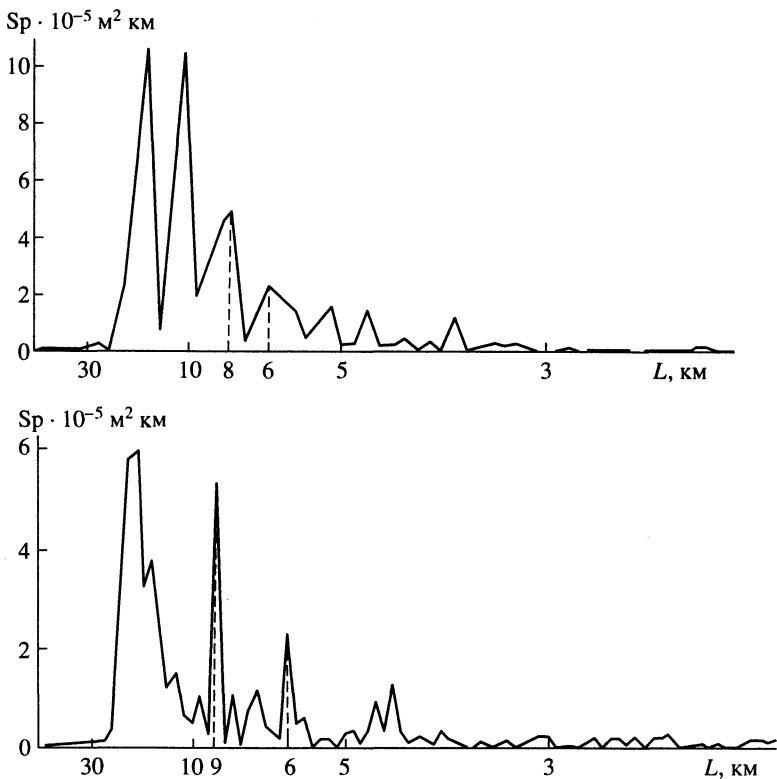


Рис. 3. Типичные графики спектральных плотностей Sp для двух эхолотных профилей. Пики с длиной волны > 10 км являются фиктивными

случае доверительный интервал при 90%-ной обеспеченности не выходит за пределы 0,5–1,0 (считая значения спектральной плотности за единицу) и определение спектров можно считать надежным. На рис. 3 приведены характерные спектры для двух эхолотных профилей через рифтовую зону САХ. Высокие пики спектральной плотности в области > 10 км можно считать фиктивными в результате срезания энергии волн большой длины. Реальными являются пики с длиной волны 8 и 6 км на примере 1 и 9 и 6 км – на спектре 2. Это утверждение обусловлено удаленностью этих длин волн от начала срезания фильтром и тем, что величина пиков выходит за пределы доверительного интервала. Характерная особенность спектров – рост энергии с ростом длины волны, т.е. чем больше горизонтальные масштабы рельефообразующих волн, тем больше их амплитуда.

В настоящее время вычисления спектральной плотности проводятся с помощью быстрого преобразования Фурье. Этот способ позволяет радикально ускорить процесс вычислений и дает возможность рассчитать как спектральную плотность, так и корреляционную функцию анализируемого ряда. Подробно об этом алгоритме вычислений изложено в [9].

Оценки энергии рельефа. Такие функции, как σ^2 , АКФ, Dr , Sp , называются энергетическими функциями, так как они пропорциональны энергии процесса. По аналогии с электричеством это означает, что если процесс имеет вид пульсаций напряжения или тока, то эти величины пропорциональны энергии процесса или мощности, выделяемой на единичном сопротивлении. По отношению к рельефу эти функции интерпретируются следующим образом. Структуры САХ созданы крупномасштабными процессами. В качестве ведущих факторов выступают тектоника и вулканизм, лишь в

слабой степени преобразованные экзогенными процессами на флангах. В целом тип рельефа САХ, особенно его верхних частей, тектоновулканический. Однако интенсивность и характер проявления тектонических процессов различны по простиранию хребта, что находит свое отражение в строении рельефа. Энергетические функции дают возможность оценивать и количественно сравнивать распределение энергии тектонических процессов в диапазонах волн различной длины, выявлять характер изменения энергии тектонических движений по длине хребта, выделять энергетически однородные районы. Термин "энергия рельефа" означает отражение в рельефе энергии тектонических процессов, затраченных на его создание.

Проведенная работа позволила получить достаточно большой набор показателей, вместе образующих достаточно полную морфометрическую и энергетическую характеристики рельефа САХ. Эти данные могут служить основой для дальнейших структурно-геоморфологических и тектонических построений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков Н.М. Принципы и методы картометрии. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1950. 328 с.
2. Коняев К.В. Спектральный анализ случайных процессов и полей. М.: Наука, 1973. 168 с.
3. Никитин А.А. Теоретические основы обработки геофизической информации. М.: Недра, 1986. 342 с.
4. Ильин А.В. Основные черты геоморфологии дна Атлантического океана // Условия седиментации в Атлантическом океане. М.: Наука, 1971. С. 107–246.
5. Ильин А.В., Фроль В.В. Пространственно-спектральный анализ рельефа рифтовой зоны Атлантического океана // Океанология. 1977. Т. 17. Вып. 2. С. 263–271.
6. Международный геолого-геофизический Атлас Атлантического океана. М.: ГУГК, 1989–1990. 153 с.
7. Ильин А.В., Сабинин К.Д., Шулепов В.А. О некоторых приемах и результатах статистической обработки материалов по рельефу дна // Океанология. 1968. Т. 8. Вып. 3. С. 431–441.
8. Луговенко В.Н. Статистический анализ аномального магнитного поля. М.: Наука, 1974. 199 с.
9. Бендот Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. 540 с.

Московский государственный университет
Географический факультет,
Акустический институт

Поступила в редакцию
27.11.99

STATISTICAL METHODS IN SUBMARINE RELIEF INVESTIGATIONS

V.V. FROL', A.V. IL'YIN

Summary

The application of stochastic functions theory and statistic analysis to sea bottom depths data processing is discussed. Spectral methods were used for the analysis of morphometric data of the Middle – Atlantic ridge. The approach is shown to be applicable to geomorphologic and tectonic zoning of the ridge.