

УДК 551.4.013

А. В. ПОЗДНЯКОВ, З. Б. РОЙХВАРГЕР

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ СКЛОНА ПРИ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОМ СМЕЩЕНИИ ОБЛОМОЧНОГО МАТЕРИАЛА

В статье дается математическое описание развития склонов с учетом процессов выветривания пород коренного основания, зависящего от толщины рыхлого покрова и его вязкопластического перемещения. Приводятся результаты расчетов на ЭВМ развития склонов в различных условиях. Проведенные исследования показали полное качественное сходство расчетных морфологических изменений склонов с их природными аналогами.

Проблема развития склонов является одной из наиболее важных, но еще недостаточно изученных в геоморфологии. Прежде всего не раскрыты механизмы взаимодействия процессов выветривания горных пород и перераспределения обломочного материала, являющиеся причиной изменений морфологии склонов. Для отражения действительных путей развития склонов необходимо решение двух основных задач: 1) определение скорости выветривания горных пород под чехлом почвогрунтов различной толщины; 2) определение расхода обломочного материала и его изменение по профилю склона. В наиболее общем виде уравнение, описывающее изменение толщины покрова обломочного материала с учетом скорости снижения поверхности коренного основания за счет выветривания горных пород, будет таким

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -K \frac{\partial Z}{\partial t} - \nabla \vec{P}, \quad (1)$$

где t — время, H — толщина чехла, измеряемая по вертикали, Z — высота коренного основания, K — коэффициент разрыхления, а \vec{P} — поток обломочного материала на склоне (рис. 1). В правой части уравнения (1) первое слагаемое — приращение толщины рыхлого чехла за счет выветривания пород коренного основания, а второе — баланс потока обломочного материала, определяемый в общем случае формулой $\nabla \vec{P} = \partial P_x / \partial x + \partial P_y / \partial y$, где P_x и P_y — соответственно компоненты потока вдоль осей x и y . В случае, когда длина, форма склона и все прочие условия по простиранию водораздела не меняются, зависимостью всех величин от y можно пренебречь, и тогда $\nabla \vec{P} = \frac{\partial P}{\partial x}$ (плоский случай). Если же рассматривать склоны останцовых возвышенностей, как правило, являющихся цилиндрически симметричными образованиями, то $\nabla \vec{P} = \partial P / \partial r + P/r$ (осесимметричный случай), где r — расстояние от исследуемой точки до оси холма.

Уравнение (1) справедливо для всех типов склонов, за счет каких бы процессов ни происходило смещение обломочного материала. Если эти процессы действуют одновременно, то фигурирующее в (1) \vec{P} является

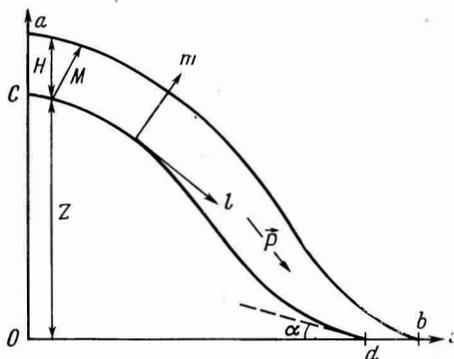
суммой различных потоков. В данной работе рассматриваются только медленные массовые смещения почвогрунтов и удаления вещества в растворах. К ним может быть легко добавлен действующий независимо поверхностный смыв.

В умеренных и высоких широтах разрушение коренного основания происходит в основном под воздействием морозного выветривания и колебаний температуры, а в последующем разрушении отделившихся от него обломков пород участвует химическое выветривание.

Пусть коренное основание покрыто слоем обломочного материала толщиной $M = H \cdot \cos \alpha$ (рис. 1). Поскольку M много меньше радиуса

Рис. 1. Обобщенная схема строения склона

H — толщина слоя рыхлого покрова по вертикали, M — то же, по нормали, Z — высота поверхности коренного основания, ab — профиль поверхности склона, cd — профиль поверхности коренного основания склона, α — угол наклона; \vec{P} — поток обломочного материала на склоне



кривизны поверхности склона (это условие будет неоднократно использоваться), средняя многолетняя глубина промерзания M^* почвогрунта не зависит от формы склона. Скорость разрушения экспонированного коренного основания сравнительно велика, и поэтому оно достаточно быстро покрывается слоем рыхлых пород, не допускающим его многократного промерзания-оттаивания в течение года. Следовательно, можно считать, что при $M < M^*$ промерзание-оттаивание происходит один раз в год, и в среднем за единицу времени из-за внутренних напряжений, вызванных расширением при замерзании воды в трещинах, разрушается слой горной породы толщиной γ_0 ; если же $M > M^*$, разрушение коренного основания за счет морозного выветривания не наступает. Величина γ_0 зависит от физико-механических свойств выветриваемых пород, в частности, от наличия микротрещин и влажности.

Вследствие неодинаковости коэффициентов объемного расширения составляющих породы минералов и неоднократного прогревания пород в течение года (суточные колебания температуры проникают лишь на незначительную глубину, и ими мы везде пренебрегаем) в верхнем слое коренного основания возникают внутренние напряжения, пропорциональные амплитуде колебания температуры, которая с глубиной затухает как $\exp(-\beta_1 M)$, где $\beta_1 = (\pi \kappa / T_0)^{1/2}$, κ и T_0 — коэффициент теплопроводности почвогрунтов и период колебаний температуры, равный одному году (Шайдеггер, 1964). Так же затухает и скорость разрушения, вызванного рассматриваемым процессом, если предполагать, что она пропорциональна внутренним напряжениям.

Скорость химических реакций зависит от условий газо- и водообмена, которые, можно считать, подчиняются законам диффузии. В этом случае интенсивность химического выветривания падает с глубиной пропорционально $\exp(-\beta_2 M)$, где β_2 — коэффициент, определяемый условиями диффузии наименее подвижной компоненты, участвующей в химических реакциях. В первом приближении этому же закону подчиняется и биологическое выветривание, соответствующую константу для которого обозначим через β_3 . Введя обозначения γ_1 , γ_2 , γ_3 — соответственно скорость температурного, химического и биологического выветривания экспонированных пород (все они зависят от физико-механических и химических

свойств, а γ_2 и γ_3 еще и от температуры), получаем для скорости понижения поверхности коренного основания

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = -\gamma / \cos \alpha, \quad (2)$$

где

$$\gamma = \begin{cases} \gamma_0, & M < M^* \\ 0, & M > M^* \end{cases} + \gamma_1 e^{-\beta_1 M} + \gamma_2 e^{-\beta_2 M} + \gamma_3 e^{-\beta_3 M},$$

а

$$\cos \alpha = \left[1 + \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

$\cos \alpha$ фигурирует в (2) потому, что разрушение коренного основания происходит в направлении, составляющем угол α с вертикалью). Так как правая часть (2) зависит от толщины слоя M , выражающейся через H , то решать его надо совместно с уравнением (1).

Почвогрунты на склонах крутизной менее угла естественного откоса в гумидной зоне всегда находятся в увлажненном состоянии. Учитывая также, что развитие склонов измеряется геологическим временем, правомерно допустить, что слой почвогрунта представляет собой вязкопластическое тело, и применять для описания его перемещения положения гидродинамики (Чугаев, 1975). Запишем уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{V}) = -\rho R, \quad (3)$$

где ρ — плотность обломочного материала в сухом состоянии, а \vec{V} — его скорость. Правая часть (3) представляет собой уменьшение количества вещества за счет процессов растворения; R — скорость растворения минералов. В первом приближении можно считать $\rho = \text{const}$, т. е. не зависящей от давления столба грунта P_0 , его дисперсности и влажности. Эту зависимость в формулах можно учесть, однако достигаемое при этом уточнение незначительно по сравнению с неточностью, возникающей из-за неопределенности коэффициентов. Исходя из этого (3) можно записать в следующем виде:

$$\nabla \vec{V} = -R. \quad (4)$$

При нахождении скорости смещения обломочного материала мы будем пользоваться системой координат, в которой ось l параллельна дневной поверхности склона, а m перпендикулярна. Искомая скорость определяется балансом вязкопластических сил трения между слоями $\eta \frac{\partial V_l}{\partial m} + \tau$ и проекцией веса вышележащего слоя на ось l . Отсюда получаем уравнение для нахождения V_l :

$$\eta \frac{\partial V_l}{\partial m} = \rho g (M - m) \sin \alpha - \tau, \quad (5)$$

где η — динамическая вязкость, τ — предельное сдвигающее усилие, g — ускорение свободного падения.

Интегрируя (5) по m от нуля, где $V_l = 0$, до точки m получаем

$$V_l(m) = \int_0^m [\rho g (M - m) \sin \alpha - \tau] \frac{1}{\eta} dm. \quad (6)$$

При этом надо учитывать, что там, где сдвигающее усилие $\rho g (M - m) \cdot \sin \alpha$ меньше τ , подынтегральное выражение следует считать равным

нулю. После того как получено выражение для V_i из (4), можно выразить V_m через V_i :

$$V_m = - \int_0^m \left(R + \frac{\partial V_i}{\partial l} \right) dm. \quad (7)$$

Если найдено распределение скоростей в рыхлом чехле, то можно определить поток P_1 обломочного материала вдоль склона, возникающий благодаря вязкопластическому перемещению, а если известна скорость растворения R минералов, составляющих породы рыхлого чехла, то можно найти поток P_2 растворенного вещества. Однако в данном случае в этом нет необходимости. Действительно, неравенство в (1) $\nabla \vec{P}$ нулю приводит к увеличению или уменьшению толщины рыхлого чехла, т. е. к вертикальному перемещению верхних точек грунта, которое при учете вязкопластического перемещения и растворения было найдено непосредственно в уравнении (7). Следовательно, вместо двух слагаемых ($-\nabla \vec{P}_1 - \nabla \vec{P}_2$) в уравнение (1) можно подставить $V_m(M)/\cos \alpha$.

На скорость смещения обломочного материала на склоне существенное влияние оказывает его дисперсность. С ростом ее, при соответствующем увлажнении, вязкость грунтов уменьшается, что находит конкретное проявление в типах денудации и неизбежно отражается на морфологии склона. При малой вязкости преобладают сплывы — процессы, сходные с солифлюкционными; при большой — смещение грунтов замедляется или прекращается. Детальное изучение строения рыхлого покрова склонов показывает, что количество глины и в целом суммарная площадь поверхности обломочного материала, а также его увлажнение вниз по склону увеличиваются, и в совокупности это приводит к уменьшению вязкости. Поэтому для морфологического анализа склонов и определения стадий их развития при различных граничных условиях пределы изменения вязкости могут задаваться в зависимости от поставленной цели моделирования. Например, при необходимости выяснения изменений формы профиля склона в условиях, когда в его средней или какой-либо другой части выходят грунтовые воды, склон по вязкостным характеристикам грунтов делится на две части. От вершины до места выхода грунтовых вод вязкость плавно уменьшается пропорционально нарастанию количества глинистого материала и влажности. На участке склона от места выхода грунтовых вод и до подножия вязкость резко уменьшается. Согласно этому в модель при расчете на ЭВМ должны вводиться данные о характере изменения вязкости.

В качестве иллюстрации возможностей модели приведем результаты расчетов развития склонов при вязкопластическом перемещении рыхлого слоя, произведенные на ЭВМ. Учитывались морозное и температурное выветривание пород коренного основания, скорость которых ставилась в зависимости от толщины слоя. Коэффициент разрушаемости горных пород за счет морозного выветривания принимался равным $\gamma = 0,3$ мм/год, а температурного — $\gamma_1 = 0,03$ мм/год. Вязкость грунтов в зависимости от цели моделирования задавалась постоянной ($1,6 \cdot 10^{13}$ нз) или переменной по длине склона в пределах от $1,6 \cdot 10^{13}$ нз в привершинной части склона и до $4 \cdot 10^{12}$ нз у его основания. Была решена плоская задача развития склона с различной начальной формой профиля для вариантов симметричного и асимметричного склона с постоянным, повышающимся и понижающимся базами денудации, а также базами денудации, изменяющимися вследствие подрезки склонов рекой или абразией. Кроме этого, моделировались склоны, выработанные в породах различной устойчивости к выветриванию, и рассматривался случай скачкообразного уменьшения вязкости грунтов (переувлажнение за счет грунтовых вод).

В случае, когда базис денудации постоянен, а породы коренного основания по физическим свойствам однородные, происходит постепенное, с затухающей скоростью, выполаживание склона с одновременным его отступанием и формированием слабонаклонной поверхности, покрытой слоем обломочного материала мощностью до 5 м (рис. 2, А, Б). При этом, какую бы форму профиля ни имел склон в исходном состоянии, по прошествии некоторого времени он приобретает выпукло-вогнутую форму. Морфологические изменения склонов являются строго направленными. Это подтверждает теоретические выводы А. С. Девдариани (1963) о иррегулярном и регулярном режимах в развитии склонов. При наших расче-

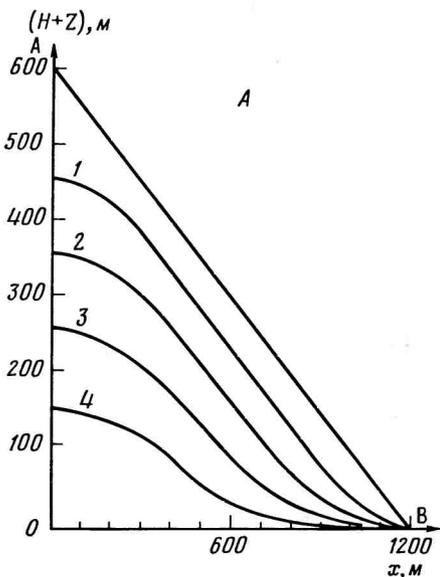
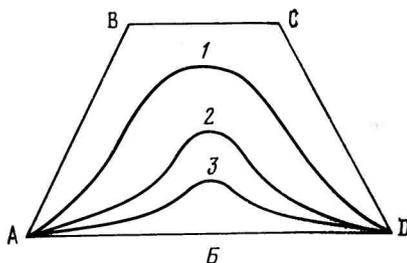


Рис. 2. Развитие склона при постоянном базисе денудации и неменяющейся вязкости грунтов по профилю

А — островершинная исходная форма, Б — трапециевидная исходная форма, АВСД — исходная форма, 1—4 — последующие изменения формы профиля



тах мы предполагали, что обломочный материал, перемещаясь, не накапливается у подошвы склона, а продолжает движение и по слабонаклонной ($5-10^\circ$) поверхности, которой склон замещается.

Для проверки модели были проведены детальные полевые исследования останцовых возвышенностей на территории Среднеамурской низменности, сложенных породами с одинаковой устойчивостью к выветриванию (алевролиты). С помощью горных выработок изучалось распределение мощности почвогрунтов по профилю, начиная от его вершины до базиса денудации, описывалось строение чехла обломочного материала и изменение его механического состава. Установлено, что профили склонов имеют четко выраженную выпукло-вогнутую форму. Обломочный материал, поступающий со склонов на слабонаклонную ($5-7^\circ$) аккумулятивную аллювиальную равнину, продолжает перемещаться и по ней. Таким образом, подтверждаются выводы, полученные на основе результатов моделирования на ЭВМ, что свидетельствует о правильном в основном отражении в модели взаимодействующих процессов.

Плавное уменьшение вязкости грунтов по профилю приводит к более выраженной вогнутости в нижней части склона. А резкое уменьшение вязкости в какой-либо части склона является причиной образования перегиба профиля в этом месте. Наибольшие изменения профиля наблюдаются при уменьшении вязкости до предельных значений, когда грунты приобретают текучее состояние. В этом случае профиль склона приобретает выпукло-вогнутую форму, затем склон отступает длительное время, не изменяя морфологии. Наблюдается одновременное параллельное отступление склона и снижение его вершины. Склон замещается пологонаклонной поверхностью, сочленение с которой хорошо выражено (рис. 3).

По мере отступления склона и снижения его высоты он укорачивается. Поэтому дисперсность обломочного материала и увлажненность пород уменьшаются, что является причиной увеличения вязкости, и склон постепенно начинает развиваться по типу выполаживания. Таким образом, теоретические расчеты показывают возможность образования педиментов. В целом, в зависимости от условий увлажнения, особенностей выветривания пород и диспергации обломочного материала, при постоянном базисе денудации развитие склона может идти по одному из двух путей. При небольших изменениях вязкости по длине склона развитие его идет в направлении выполаживания. Но если профиль склона имеет значительную протяженность и вязкость пород к нижней части профиля

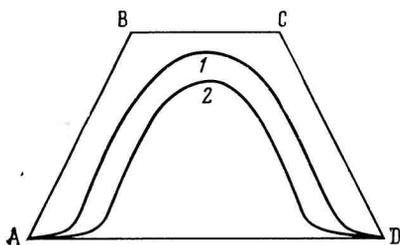


Рис. 3. Развитие склона при постоянном базисе денудации и уменьшающейся вязкости грунтов по профилю

ABCD — исходная форма, 1, 2 — последующие изменения формы. Профили 1 и 2 находятся в состоянии динамического равновесия

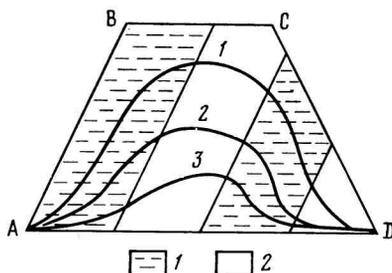


Рис. 4. Развитие склонов, выработанных в породах различной устойчивости к выветриванию

ABCD — исходная форма, 1—3 — последующие изменения форм. 1 — устойчивые к выветриванию породы, 2 — менее устойчивые породы

существенно уменьшается, то устанавливается состояние динамического равновесия. Перераспределение материала не вызывает морфологических изменений, склон в течение некоторого времени, пока сохраняются прежние условия, остается подобным самому себе: отступает и снижается на одну и ту же величину. Динамическое равновесие в этом случае устанавливается за счет такого распределения скорости смещения рыхлого чехла, когда его толщина во всех частях склона становится одинаковой, соответственно выравниваются и скорости выветривания пород коренного основания.

Моделирование развития склонов, выработанных в породах различной устойчивости к выветриванию при постоянном базисе денудации и вязкости грунтов ($1,6 \cdot 10^{13}$ нз), также показывает сходство экспериментальных профилей склонов и природных аналогов. В частности, рассматривался пример развития склона, выработанного в породах с чередованием слоев, устойчивых к выветриванию, со слоями, в два раза быстрее разрушающимися и залегающими как горизонтально, так и наклонно. Как видим из рис. 4, на месте выходов более устойчивых к выветриванию пород образуется уступ, выраженность которого зависит от разницы в скоростях выветривания слоев.

Если базис денудации испытывает равномерное снижение, то формируется стационарная форма, механизм образования которой в общем виде рассматривался ранее (Поздняков, 1973). Состояние динамического равновесия в этом случае достигается за счет большей крутизны нижней части склона по сравнению с привершинной, что приводит к выравниванию мощности покрова и скоростей выветривания пород по всему профилю склона. В результате профиль приобретает выпукло-прямую форму и не изменяется.

Таким образом, на основе рассматриваемой модели возможна проверка различных вариантов развития склонов при вязкопластическом типе смещения грунтов. Составленная модель в целом объективно отражает механизмы процессов выветривания пород и денудации, позволяет проводить морфологический анализ, объективно отражающий действительные изменения форм, и составлять прогноз развития рельефа.

Математическое описание гранулометрической дифференциации обломочного материала при выветривании горных пород в будущем позволит перейти к изучению перераспределения минералов с большим удельным весом в процессе эволюции склонов. А определение коэффициентов разрушаемости пород коренного основания даст возможность объективно отражать скорость развития форм рельефа и создавать ретроспективные модели.

ЛИТЕРАТУРА

- Девдариани А. С.* Профиль равновесия и регулярный режим склона. «Изв. АН СССР. Сер. геогр.», № 5, 1963.
Поздняков А. В. К теории динамического равновесия рельефообразующих сил. «Геоморфология», № 4, 1973.
Чугаев Р. Р. Гидравлика. Л., «Энергия», 1975.
Шайдеггер А. Е. Теоретическая геоморфология. М., «Прогресс», 1964.

Хабаровский комплексный
научно-исследовательский
институт

Поступила в редакцию
22.VI.1979

MATHEMATICAL MODEL OF SLOPE EVOLUTION DUE TO VISCOUS-PLASTIC MOVEMENT OF DEBRIS MANTLE

A. V. POZDNYAKOV, Z. B. ROYHVARGER

Summary

Some results are given of mathematical modelling of slope processes. A model is developed which describes slope profile evolution through time, taking into consideration rock weathering and viscous-plastic movement, the latter depending on the loose mantle thickness. Slope evolution has been calculated (using computer) for different states of the base level and rates of weathering, ground viscosity being continuous of changing along the slope profile. The results of modelling show that under condition of constant base level the slope evolution may be either down-wearing or parallel retreat together with summit lowering, which depends on rock weathering features and loose mantle humidity.
