ЛИТЕРАТУРА

Герасимов И. П. Три главных цикла в истории геоморфологического этапа развития Земли. Геоморфология, 1970, № 1.

Герасимов И. П., Мещеряков Ю. А. Геоморфологический этап в развитии Земли. Изв. АН СССР. Сер. геогр., 1964, № 6.

Марков К. К. Основные проблемы геоморфологии. М., Географгиз, 1948.

Николаев Н. И., Шульс С. С. Карта новейшей тектоники СССР. Изв. АН СССР. Сер. геогр., 1961, № 4.

Салоп Л. И. Геология Байкальской горной области, т. I—II. М., «Недра», 1964 и 1967.

Сидоренко А. В. Геоморфология и народное хозяйство. Геоморфология, 1970, № 1.

Флоренсов Н. А. О некоторых общих понятиях в геоморфологии. Геология и геофизика, 1964, № 10.

Encyclopedia of Geomorphology. Encyclopedia of Earth Sciences Series, volume III. Edited by Prof. Rhodes W. Fairbridge. Reinhold Book Corporation. New York — Amsterdam — London, 1968.

Институт Земной коры
СО АН СССР

Поступила в редакцию
25.VIII.1970

ON RATIONAL LIMITS OF THE GEOMORPHOLOGICAL ANALYSIS AND SOME TIME DEFINITIONS

N. A. FLORENSOV

Summary

The expansion of modern geomorphology beyond its traditional limits leads, on the one hand, to the strengthening of its contacts with adjacent sciences, particularly with geology, on the other hand, to the distraction of its attention from the main aim — a study of present-day landforms and external geodynamic processes. While interacting with other science about the Earth, geomorphology must preserve its distinctive features and position. Reconstructions of landforms of the past geological epochs is the problem of historical geology and, particularly, paleogeomorphology, which is a branch of geology.

Time in a geomorphological process, as well as in other natural processes is not an independent factor, but is only a directed continuous link of discontinuous (limited) geodynamic events.

УДК 551.4

А. С. ДЕВДАРИАНИ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ ГЕОМОРФОЛОГИИ

Предметом настоящей статьи является определение объекта исследования и изложение в общих чертах содержания геоморфологии в терминах теории множеств, математической логики и топологии. Нами использован имеющийся опыт применения элементов теории множеств и математической логики в геологии (Косыгин, Воронин и др., 1964, 1965 и др.; Геология и математика, 1967) и географии (Родоман, 1967). Насколько позволял объем статьи, мы стремились пояснить математические символы, термины и операции. В достаточной мере строгие определения в доступном изложении читатель может найти в книгах Ю. А. Шихановича (1965), Н. Стинрода и У. Чинна (1967).

Начнем с математического определения объекта изучения геоморфологии — земной поверхности, понимая под нею поверхность литосферы или поверхность раздела литосферы с гидро- и атмосферами. В масштабах макромира, изучаемого в геоморфологии, дискретным, молекулярно-атомарным строением оболочек Земли можно пренебречь и рассматривать их как сплошную среду, т. е. как бесконечно большое множество материальных точек, каждая из которых имеет исчезающе малые размеры. Слово множество можно понимать здесь в смысле, придаваемом ему и в обыденной речи, и в математике. Но вообще, если в обыденной речи под множеством понимается большое число объектов, то в математике это совокупность любого числа однородных в каких-либо отношениях объектов, или элементов, произвольной природы. Множество материальных

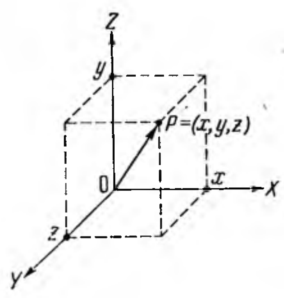

Рис. 1.

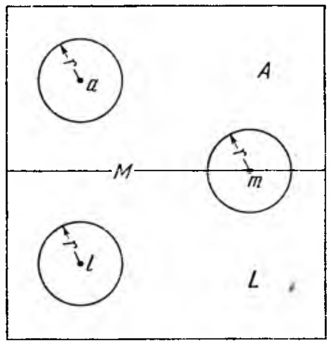

Рис. 2.

точек s Земли обозначим через S. Отношение принадлежности элемента s множеству S можно записать словесно: «s принимает значения на множестве S», или «из множества S», либо символически: $s \in S$, где $\in$ — знак принадлежности.

Множество S материальных точек Земли существует в физическом пространстве. которое в геоморфологии допустимо рассматривать как ньютоново пространство. Положение каждой точки p этого пространства определяется тремя действительными (т. е. рациональными или иррациональными) числами x, y, z. Тройка чисел (x, y, z) называется вектором, потому что в декартовой системе координат X, Y, Z ее можно рассматривать как три координаты радиуса-вектора Op точки p (рис. 1). Координата x может принимать значения из множества X действительных чисел, отложенных на оси X; следовательно, $x \in X$. Аналогично $y \in Y$, $z \in Z$. Множество всех векторов (x, y, z) называется прямым произведением множеств X, Y, Z и записывается в виде $X \times Y \times Z$. Это есть вместе с тем множество P всех точек p ньютонова пространства, и таким образом: $P = X \times Y \times Z$. Вообще в математике прямое произведение трех множеств действительных чисел называется трехмерным евклидовым пространством; произведение n множеств действительных чисел, где n — целое число, называется n-мерным евклидовым пространством. Евклидово пространство представляет собой частный случай метрических пространств. Так называют пространства, в которые можно ввести метрику, определив тем или иным образом расстояние между элементами пространства. В евклидовом пространстве это есть расстояние между точками в обычном понимании.

Чтобы внести метрику в множество S материальных точек Земли, образуем прямое произведение $S \times P$ этого множества и множества P точек физического пространства. Это есть множество всех векторов (s, p), у которых первой компонентной служит какая-либо материальная точка s Земли, а второй компонентой — какая-либо точка p физического пространства. Однако не все векторы (s, p), входящие в произведение $S \times P$, реально существуют. Например, из возможных векторов (s_1, p_1), (s_1, p_2), (s_1, p_3), где s_1 — одна и та же материальная точка, а p_1, p_2, p_3 — различные точки физического пространства, может реально существовать только один вектор, допустим (s_1, p_2).

Выделим из множества векторов (s, p), образующих произведение $S \times P$, только те, которые отвечают реальному нахождению данной материальной точки Земли в данной точке физического пространства. Совокупность этих векторов образует подмножество R множества $S \times P$ векторов (s, p):

$$R \subset S \times P \tag{1}$$

где $\subset$ — знак включения подмножества в множество. Выражение (1) представляет собой запись отношения соответствия между множествами S и P (или заданного на множествах S и P), первое из которых называется областью определения, а второе — областью значений соответствия. Множество S материальных точек s Земли отображается соответствием (1) в множество P точек p физического пространства. Точки p, удовлетворяющие этому соответствию, называются образами точек s; последние, в свою очередь, являются прообразами точек p. Соответствие представляет собой обобщение понятия функции, описывая не только однозначные зависимости, когда каждому элементу из области определения (аргументу) соответствует один, и только один, элемент из области значений (функция этого аргумента), но и многозначные зависимости, когда каждому элементу из области определения соответствует более, чем один элемент из области значений, как это имеет место, например, для стохастических связей.

Поскольку каждая материальная точка Земли совпадает с одной, и только одной, точкой физического пространства, соответствие (1) является функциональным, однозначным от S к P. Его можно сделать взаимнооднозначным, выделив из множества P подмножество P_s тех точек физического пространства, с которыми совпадают материальные точки Земли, и сузив область значений соответствия (1) на это подмножество. В результате получим соответствие: $R \subset S \times P_s$. Установив взаимнооднозначное соответствие между множествами S и P_s, мы получаем возможность внести в множество S метрику из пространства P, или, иначе говоря, определять расстояния между материальными точками Земли как расстояния между точками евклидова пространства.

Теперь можно воспользоваться понятием об окрестности некоторой точки s множества S. Так называют множество точек s, которые находятся внутри сферы произвольного радиуса r с центром в данной точке. Выделим из множества S материальных точек Земли подмножество L точек l литосферы и подмножество A точек a гидро- и атмосферы. Всякая точка l литосферы, сколь угодно малая окрестность которой содержит только точки множества L, называется внутренней точкой множества L. Аналогичным образом определяются внутренние точки множества A. Множество M точек m, окрестности которых содержат точки как множества L, так и множества A (рис. 2), называется в топологии границей между множествами L и A.

Границу между множествами можно не включать ни в одно из них, а можно присоединить к любому из этих множеств. Вещество литосферы обладает гораздо меньшей подвижностью, чем вещество гидро- и атмосфер. Поэтому границу между множествами L и A удобнее присоединить к множеству L, рассматривая ее как внешнюю границу литосферы — земную поверхность. Но в таком виде эта граница, обладая и геометрическими, и вещественными свойствами, является объектом изучения не только геоморфологии, но также геологии и почвоведения. Если мы хотим совершенно четко определить объект изучения геоморфологии и отделить его от объектов изучения геологии и почвоведения, то нам придется принять, что задачей геоморфологии является изучение только геометрических, но не вещественных свойств земной поверхности. В математической формулировке это означает, что объектом изучения геоморофологии следует считать не саму границу множества L, а ее отображение в пространство P, т. е. поверхность в трехмерном евклидовом пространстве, прообразом которой является множество M точек внешней границы литосферы. Такой подход нисколько не исключает рассмотрение в геоморфологии вещественных свойств земной поверхности, которые вводятся в рассмотрение ниже в числе рельефообразующих факторов. Вместе с тем такой подход не исключает рассмотрения в геологии геометрических свойств земной поверхности как ограничения геологических тел. Приведенное определение объекта геоморфологии можно вообще трактовать, как узкое, сохранив наряду с ним принятое сейчас более широкое определение и дав последнему математическую трактовку в виде пространства возможных состояний рельефа, о котором будет идти речь ниже.

Свойства земной поверхности как таковой описываются геометрическими характеристиками g_1, g_2..., g_k, принимающими значения соответственно на множествах G_1, G_2... G_k. Ряд геометрических характеристик земной поверхности, например высоту, уклон, кривизну, практически можно относить к точке поверхности. Вместе с тем эти характеристики могут быть измерены и выражены количественно, принимая, таким образом, значения на множестве действительных чисел. Но рельеф представляет собой, в терминах теории систем, сложную, иерархически, ярусно построенную систему, у которой элементы высшего яруса, вступая в определенные отношения между собой, образуют элементы низшего яруса — бо́льших размеров. В рельефе элементами самого высокого яруса — самых малых размеров — являются точки земной поверхности. Из точек строятся элементы (в геоморфологическом смысле) форм рельефа, из элементов форм — сами формы, из форм — типы рельефа. Обобщенный в кибернетике опыт изучения сложных систем показывает, что для них количественное выражение свойств элементов и отношений между элементами часто оказывается невозможным. Поэтому для описания состояния сложных систем приходится прибегать к качественным характеристикам, принимающим значения на конечных множествах. Так если в каждой точке склона степень выпуклости или вогнутости определяется количественно второй производной $\frac{d^2H}{dx^2}$ высоты H по расстоянию x и принимает значения на множестве действительных чисел, то склоны как элементы рельефа делят на выпуклые, $\frac{d^2H}{dx^2} < 0$, прямолинейные, $\frac{d^2H}{dx^2} = 0$, и вогнутые $\frac{d^2H}{dx^2} > 0$, т. е. дают им характеристику, принимающую значения на конечном, трехэлементном множестве. Другой пример: различая холмистый, низкогорный, среднегорный и высокогорный рельеф, мы даем типам рельефа качественную характеристику, принимающую значения на упорядоченном четырехэлементном множестве. Характеристики рельефа могут принимать значения на множествах функций, аппроксимирующих его очертания, корреляционных или спектральных функций, описывающих типы рельефа, и др.

Вследствие иерархического строения рельефа область (участок) земной поверхности, допускающая экспериментальное определение характеристик рельефа, далеко не всегда может рассматриваться в данном масштабе как точка. Но этот общий случай мы исследовать не станем.

Геометрические характеристики рельефа изменяются не только в пространстве, но и во времени. Поэтому необходимо ввести в рассмотрение множество T элементов t времени. Мы привыкли и в обыденной жизни, и при научных наблюдениях над современными процессами измерять время и полагать, что его элементы принимают значения на множестве действительных чисел. Однако реальное время, существующее независимо от наших измерений, не имеет собственной метрики и представляет собой множество событий, упорядоченное отношением нестрогого порядка «раньше — позже» (Уитроу, 1964). Этому определению удовлетворяет относительное геологическое время, элементами которого являются конечные промежутки. Занумеруем множество промежутков прошлого времени числами натурального ряда 0, 1, 2, 3... Натуральный ряд чисел и множества любой природы, которые могут быть поставлены во взаимнооднозначное соответствие с ним, называются счетными множествами (в отличие от несчетных множеств, к которым принадлежит, например, множество действительных чисел). Таким образом, относительное геологическое время принимает значения на конечных подмножествах счетного множества.

Изменения рельефа вызываются рельефообразующими факторами, описываемыми характеристиками, которые обозначим $b_1, b_2, \ldots, b_l$; $b_1 \in B_1$, $b_2 \in B_2, \ldots$ $b_l \in B_l$. Эти характеристики, подобно геометрическим характеристикам рельефа, могут принимать значения на множестве действительных чисел (сила тяжести, коэффициент трения, температура), на конечных множествах (типы горных пород, климата, растительности), на множестве функций (гранулометрический состав, обеспеченность расходов реки).

Образуем прямое произведение введенных в рассмотрение множеств

$$W = P \times T \times M \times G_1 \times G_2 \times \ldots \times G_k \times B_1 \times B_2 \times \ldots \times B_l \qquad (2)$$

Введем сокращенные обозначения:

$$G_1 \times G_2 \times \ldots \times G_k = \prod_{m=1}^{k} G_m; \qquad B_1 \times B_2 \times \ldots \times B_l = \prod_{n=1}^{l} B_n, \qquad (3)$$

где П — знак произведения множеств, m и n — индексы, которые могут принимать значения от 1 до k или l соответственно. Запись можно сделать еще более короткой, если множествам, входящим в произведение (2), дать единообразные обозначения: $Q_1 = P$, $Q_2 = T$, ..., $Q_3 = B_l$. В этих обозначениях будем иметь

$$W = \prod_{u=1}^{v} Q_u, \qquad (4)$$

где Q_u — любое из названных выше множеств. Образуем из этих множеств необходимое для дальнейших построений множество $\mathfrak{L} = \{Q_1, Q_2, \ldots Q_v\}$; $Q_u \in \mathfrak{L}$. Такое множество (в нашем случае $\mathfrak{L}$), элементами которого являются опять-таки множества (в нашем случае Q_u), называют системой множеств.

Используя (3) и (4), можно написать

$$W = P \times T \times M \times \prod_{m=1}^{k} G_m \times \prod_{n=1}^{l} B_n = \prod_{u=1}^{v} Q_u \qquad (5)$$

Прямое произведение множеств представляет собой, согласно определению, в данном случае множество векторов вида $(p, t, m, g_1, g_2, \ldots, g_k, b_1, b_2, \ldots, b_l)$. Каждый из этих векторов описывает состояние, которое, вообще говоря, может принять некоторая точка рельефа в некоторый момент времени, находясь под воздействием определенного сочетания рельефообразующих факторов. Множество этих векторов будем называть пространством W возможных состояний рельефа [1]. Как было

[1] Мы не накладывали никаких ограничений на множества, входящие в прямое произведение W, и допускаем, в частности, что они могут быть неупорядоченными. Поэтому множество векторов, образующих W, не является пространством в строгом математическом понимании. Однако нам представляется, что в географических и геологических целях такое расширение математического понятия пространства было бы весьма удобным. И это не шло бы вразрез с общей тенденцией расширения понятия пространства в математике от трехмерного евклидова к многомерным евклидовым, затем к метрическим и далее к топологическим пространствам.

сказано выше, это пространство можно рассматривать в качестве объекта изучения геоморфологии в том широком понимании, какой придается ему в настоящее время.

В геоморфологии изучаются как сами множества, из которых построено пространство W, так и отношения на этих множествах. Особенно важным представляется изучение отношений

$$R \subset \left(\prod_{u_1=1}^{v_1} Q_{u_1} \right) \times \left(\prod_{u_2=1}^{v_2} Q_{u_2} \right) \tag{6}$$

соответствия между подпространствами $\prod_{u_1=1}^{v_1} Q_{u_1}$ (область определения соответствия) и $\prod_{u_2=1}^{v_2} Q_{u_2}$ (область значений соответствия) пространства состояний, поскольку отношения соответствия описывают связи между явлениями. В соответствии (6), во-первых, $Q_{u_1} \in \mathfrak{L}_1 \subset \mathfrak{L}$ и $Q_{u_2} \in \mathfrak{L}_2 \subset \mathfrak{L}$, т. е. множества Q_{u_1} и Q_{u_2}, входящие в области определения и значений соответствия, выбираются соответственно из подсистем $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ системы $\mathfrak{L}$ множеств, из которых строится пространство W возможных состояний; во-вторых, $u_1 \neq u_2$, т. е. одно и то же множество не может входить и в область определения, и в область значений соответствия; в-третьих, $v_1 + v_2 \leqslant v$, т. е. соответствие (6) может быть задано не на всех, а только на некоторых множествах из системы $\mathfrak{L}$. Геоморфологический смысл, который может быть вложен в соответствия вида (6), станет понятным из приводимых в дальнейшем примеров.

Система множеств $\mathfrak{L}$, из которых строится пространство W, может включать, в зависимости от решаемых задач, те или иные из введенных в рассмотрение множеств. Однако, чтобы не потерялись объекты изучения геоморфологии, в построении пространства W должны участвовать либо множество M материальных точек рельефа, либо хотя бы одно из множеств G_m, на которых принимают значения геометрические характеристики рельефа. В символах математической логики это условие запишется так:

$$\exists Q_u [(Q_u = M) \underline{\vee} (Q_u = G_m)], \tag{7}$$

Здесь $\exists$ (перевернутая буква Е) — квантор существования, читаемый как «существует хотя бы один», $\underline{\vee}$ — логический союз «или» разделительное, требующий выполнения одного, и только одного из связываемых им высказываний. В целом условие (7) читается как «существует хотя бы одно такое множество Q_u (входящее в систему $\mathfrak{L}$ множеств, из которых строится пространство состояний W), которое удовлетворяет высказыванию, заключенному в квадратные скобки, представляя собой либо множество M, либо множество G_m».

Множества G_m могут входить как в область значений, так и в область определения соответствия (6). Пусть мы имеем условие:

$$\forall Q_{u_2} [Q_{u_2} = G_m] \tag{8}$$

Здесь $\forall$ (перевернутая буква А) — квантор общности, имеющий смысл слова «все». Выражение (8) читается как «все множества Q_{u_2} должны представлять собой только множества G_m», т. е. областью значений соответствия (6) при соблюдении условия (8) могут быть только те множества, на которых принимают значения геометрические характеристики рельефа. Множества, на которых принимают значения рельефообразующие факторы, элементы пространства и времени, могут входить только в область определения соответствия (6). Иначе говоря, соответствиями, удовлетворяющими условию (8), выражаются зависимости очертаний рельефа от местоположения, времени, рельефообразующих факторов, а также взаимосвязи геометрических характеристик рельефа. Ясно, что установление такого рода соответствий относится к задачам геоморфологии. Мы будем называть их внутренними задачами геоморфологии, сюда же отнесем соответствия, удовлетворяющие приводимому ниже условию (10).

В других случаях геометрические характеристики рельефа могут входить в область определения соответствия (6), определяя собой либо значения геологических, гидрологических, биогеографических и прочих факторов, которые в задачах, удовлетворяющих условию (8), рассматривались как рельефообразующие, либо (в геохронологических исследованиях) время. Этим случаям отвечает условие:

$$\exists Q_{u_1}[Q_{u_1}=G_m]\wedge\forall Q_{u_2}[(Q_{u_2}=B_n)\underline{\vee}(Q_{u_2}=T)], \qquad (9)$$

где $\wedge$ — логический союз «и», означающий, что должны выполняться оба связываемые им высказывания. Примерами задач такого рода могут служить: установление зависимости характеристик потока от формы ложа, дешифрирование геологического строения по очертаниям рельефа, измерение времени скоростью денудации. Отнесение такого рода задач к геоморфологии или к смежным с ней наукам в той или иной мере условно. Те из задач, которые можно отнести к геоморфологии, мы будем называть ее пограничными задачами. Таким образом, условие (9) является необходимым, но не достаточным точно так же, впрочем, как и условие (8), которому могут удовлетворять пограничные задачи смежных с геоморфологией наук.

В построении пространства состояний рельефа непременно, в явном или неявном виде, должно участвовать множество T элементов времени t. В неявном виде, принимая значения на одноэлементном множестве, оно присутствует, когда изучается состояние рельефа в фиксированный, современный или прошлый момент или промежуток времени. В таких случаях среди рассматриваемого множества элементов времени любые два элемента t_i и t_j совпадают: $\forall t_i\forall t_j[t_i=t_j]$. Явно время вводится при изучении развития рельефа. При этом мы, очевидно, должны иметь условие, противоположное предыдущему, а именно:

$$\exists t_i\exists t_j[t_i\neq t_j]$$

В пределах внутренних задач геоморфологии, определяемых условием (8), а также приводимым ниже условием (10), можно либо не учитывать, либо учитывать рельефообразующие факторы. В первом случае имеет место условие $\neg\exists Q_u[Q_u=B_n]$, во втором $\exists Q_u[Q_u=B_n]$. Здесь $\neg$ — знак логического отрицания «не», который, будучи поставлен перед квантором существования $\exists$, отрицает его, так что $\neg\exists$ означает «не существует».

Накладывая на пространство (5) и соответствия (6) приведенные условия, можно поставить основные задачи геоморфологии и выделить разделы науки, в которых они решаются.

В пределах внутренних задач геоморфологии, т. е. при выполнении условий (8) или (10), логическое обоснование получают четыре раздела геоморфологии — геометрия, статика, кинематика и динамика рельефа, ранее выделявшиеся нами интуитивно (Девдариани, 1966).

1. Геометрия рельефа:

$$\forall t_i\forall t_j[t_i=t_j]\wedge\neg\exists Q_u[Q_u=B_n].$$

Изучаются очертания рельефа в фиксированный момент или промежуток времени. Наиболее часто встречающейся задачей геометрии рельефа является установление соответствий вида $R\subset P\times G_m$, где под P понимается двумерное (карта) или одномерное (профиль) евклидово пространство. В частности, обозначив координаты точки земной поверхности в трехмерном пространстве x, y, z; $x\in X$, $y\in Y$, $z\in Z$ и положив

$P=X\times Y$, $G_m=Z$, получим соответствие $R\subset(X\times Y)\times Z$, под которым с одинаковым правом можно понимать и карту в горизонталях и аппроксимирующую ее функцию $z=f(x, y)$.

Другая задача геометрии рельефа состоит в установлении зависимостей между различными геометрическими характеристиками рельефа, т. е. соответствий вида $R\subset G_1\times G_2$. Примером такого соответствия, сформулированного в качественной форме, может служить утверждение, что с возрастанием высоты (принимающей значения на упорядоченном множестве G_1) улоны (принимающие значения на упорядоченном множестве G_2) преимущественно (это слово указывает на неоднозначность соответствия, его вероятностный характер) возрастают.

2. Статика рельефа: $\forall t_i \forall t_j [t_i = t_j] \wedge \exists Q_u [Q_u = B_n]$. Изучаются зависимости очертаний рельефа от рельефообразующих факторов в фиксированный момент или промежуток времени. Очевидно, что такие зависимости имеют геоморфологический смысл, если рельеф достиг устойчивого равновесия (например, предельного профиля) и более не изменяется во времени.

3. Кинематика рельефа: $\exists t_i \exists t_j [t_i \neq t_j] \wedge \neg \exists Q_u [Q_u = B_n]$. Изучаются изменения состояния рельефа во времени вне зависимости от вызывающих эти изменения рельефообразующих факторов. При этом могут использоваться два метода описания движения: а) Локальный метод, когда объектами наблюдения служат элементы p физического пространства (например, точки на карте), в которых с течением времени t изменяются геометрические характеристики рельефа g_1, g_2, ..., g_k. Соответствие (6) получает вид $R\subset(P\times T)\times \prod_{m=1}^{k} G_m$, удовлетворяющий условию (8). б) Субстанциальный метод, когда объектами наблюдения являются материальные точки m земной поверхности, изменяющие со временем t свое положение p в пространстве, и соответствие (6) имеет вид $R\subset(M\times T)\times P$, удовлетворяющий условию

$$\exists Q_{u_1} [Q_{u_1} = M] \rightleftarrows \forall Q_{u_2} [Q_{u_2} = P]. \qquad (10)$$

Здесь знак $\rightleftarrows$ обозначает логическое отношение эквивалентности, смысл которого состоит в том, что первое высказывание, утверждающее присутствие в области определения соответствия (6) множества M, требует осуществления второго высказывания, гласящего, что областью значений соответствия является только множество P, и наоборот. Выражение (10) является упоминавшимся выше вторым наряду с (8) условием, определяющим внутренние задачи геоморфологии.

4. Динамика рельефа: $\exists t_i \exists t_j [t_i \neq t_j] \wedge \exists Q_u [Q_u = B_n]$. Изучается развитие рельефа при активном или пассивном воздействии рельефообразующих факторов. Примером в терминах континуальной математики может служить уравнение развития продольного профиля реки: $H = Ae^{-mt}F(x)$, где H — высота точки профиля, A — постоянная, зависящая от его начальных очертаний; они представляют собой геометрические характеристики рельефа, принимающие значения на множествах G_1 и G_2 соответственно; t — время, принимающее значения на множестве T; $F(x)$ — функция расстояния x, принимающего значения в одномерном евклидовом пространстве P; m — постоянная, зависящая от рельефообразующих факторов, принимающих значения на множествах B_1, B_2, ..., B_l; e — основание натуральных логарифмов. Все перечисленные характеристики принимают значения из множества действительных чисел, и приведенное уравнение представляет собой конкретную форму функционального соответствия $R\subset(P\times T\times B_1\times B_2\times\ldots\times$

$\times B_l \times G_2) \times G_1$ в многомерном евклидовом пространстве состояний $W = P \times T \times G_1 \times G_2 \times B_1 \times B_2 \times \ldots \times B_l$

Рассмотрим бесконечную упорядоченную последовательность элементов времени:

$$\ldots \prec t_{\text{н}-2} \prec t_{\text{н}-1} \prec t_{\text{н}} \prec t_{\text{н}+1} \prec t_{\text{н}+2} \prec \ldots$$

Знак $\prec$ указывает, что стоящий перед ним элемент множества предшествует элементу, стоящему после. Для элементов множества действительных чисел знак $\prec$ равносилен знаку $<$ (меньше), а $\succ$ — знаку $>$ (больше). Для элементов времени $\prec$ означает раньше, а $\succ$ позже. В указанной последовательности важнейшую грань образует момент (или промежуток) времени $t_{\text{н}}$, в который произведены (или начаты) наблюдения за состоянием рассматриваемой системы. Для последующих элементов времени, $t \succ t_{\text{н}}$, состояния рельефа определяются методами интерполяции и экстраполяции, а для предыдущих, $t \prec t_{\text{н}}$ — восстанавливаются историческими методами, на основании сохранившихся свидетельств прошлых состояний. В соответствии с этим в каждом из разделов геоморфологии следует различать задачи: 1) изучения современного и прогнозирования будущего рельефа, определяемые условием $\neg\exists t\,[t \prec t_{\text{н}}]$; 2) изучения прошлого рельефа, определяемые в кинематике и інематике и динамике рельефа условием $\neg\exists t\,[t \succ t_{\text{н}}]$, а в геометрии и статике рельефа — условием $\forall t\,[t \prec t_{\text{н}}]$.

Пограничные задачи геоморфологии делятся на пограничные задачи геометрии рельефа, когда $\forall t_i \forall t_j\,[t_i = t_j]$, и пограничные задачи кинематики рельефа, когда $\exists t_i \exists t_j\,[t_i \neq t_j]$ при соблюдении, разумеется, условия (9).

ЛИТЕРАТУРА

Геология и математика. «Наука», Новосибирск, 1967.

Девдариани А. С. Итоги науки. Геоморфология, вып. 1. Математические методы. Изд. ВИНИТИ, М., 1966.

Косыгин Ю. А., Воронин Ю. А., Соловьев В. А. Опыт формализации некоторых тектонических понятий. Геол. и геофиз., 1964, № 1.

Косыгин Ю. А., Воронин Ю. А. Геологическое пространство как основа структурных построений. Статья 1. Геол. и геофиз., 1965, № 9.

Родоман Б. Б. Математические аспекты формализации порайонных географических характеристик. Вестн. МГУ. География, 1967, № 2.

Стинрод Н., Чинн У. Первые понятия топологии. «Мир», М., 1967.

Уитроу Дж. Естественная философия времени. «Прогресс», М., 1965.

Шиханович Ю. А. Введение в современную математику. «Наука», М., 1965.

Институт океанологии им. П. П. Ширшова
АН СССР

Поступила в редакцию
28.XI.1969

MATHEMATICAL BASIS OF GEOMORPHOLOGY

A. S. DEVDARIANI

Summary

Presented are mathematical definitions of relief of the earth surface and space, and the state of relief as objects of geomorphological investigations. These definitions are used for setting up a mathematical approach in geomorphology and for singling out its main sections: geometry, kinematics, statics, and dynamics of relief. The material is given in terms of the theory of multitudes, topology, and mathematical logic.